

МЕТОД ОГРАНИЧЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ПОЛЕТА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

В. Ю. Бережной, д. т. н. В. В. Воробьев, А. А. Суполка, О. Ю. Молчанов,
ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского

Введение

Летательные аппараты (ЛА) могут совершать полеты лишь в определенном диапазоне кинематических параметров (скорости, высоты, углов положения ЛА, скорости их изменения и т.д.) и параметров, определяющих работу функциональных систем ЛА. Выход из этого диапазона приводит к возникновению аварийной (или катастрофической) ситуации и к угрозе появления такого неблагоприятного события как авиационное происшествие.

Причинами, вызывающими необходимость наложения ограничений на параметры пилотирования маневренного самолета (включая его траекторию в физическом пространстве), являются:

- особенности аэродинамики самолета;
- прочностные характеристики конструкции;
- недопустимость пересечения траектории самолета с рельефом подстилающей поверхности и с траекториями других летательных аппаратов в пространстве;
- уровень квалификация летчика;
- комбинации выше указанных причин.

В статье излагается метод ограничения предельных режимов полета, и приводятся примеры его практического приложения.

Содержательная постановка задачи

Рассмотрим произвольный динамический объект, поведение которого описывается некоторой системой n обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\dot{x} = f(x, a, u, t), \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор состояния динамической системы (ДС), определенный в пространстве X^n ; a – r -мерный вектор параметров, принимающий значения из множества A^r и характеризующий свойства объекта и среды; u – m -мерный вектор управляющих воздействий, формируемый системой управления и принадлежащий множеству U^m ; t – текущее время, принадлежащее отрезку $[t_0, t_k]$, на котором определено уравнение (1); $f(\cdot)$ – n -мерная векторная функция указанных аргументов.

Для системы (1) заданы начальные условия:

$$x(t_0) = x_0$$

и произвольное управление:

$$u = u(t). \quad (2)$$

Пусть в пространстве X^n задана некоторая выпуклая по отношению к текущему состоянию динамической системы стационарная поверхность ограничения:

$$\xi(x) = 0, \quad (3)$$

разделяющая пространство X^n на эксплуатационную и неэксплуатационную область. И известно, что «протыкание» поверхности (3) траекторией движения динамической системы $x(t)$ недопустимо из условий ее существования.

Ставится задача автоматизации выдерживания ограничения, описанного уравнением (3) в пространстве состояний X^n с помощью заранее определенного, релейно срабатываемого управления $u_{огр} \in U^m$. Для чего необходимо в зависимости от заданного управления ограничения, темпа сближения с поверхностью, а также внутренних параметров самой динамической системы определить момент времени или точку в пространстве состояний X^n , при котором выбранное управление $u_{огр}$ обеспечит касание траекторией движения ДС поверхности ограничения, не протыкая последнюю (рис. 1). На рис. 1 обозначено $x(t)|_{u=u(t)}$, $x(t)|_{u=u_{огр}}$ - траектории движения ДС в пространстве X^n с произвольным управлением и управлением ограничения соответственно; $x_{ср}$ - вектор, характеризующий точку на траектории движения динамической системы, в которой происходит срабатывание системы ограничения; $x_{доп}$ - вектор предельного состояния ДС на траектории $x(t)|_{u=u(t)}$.

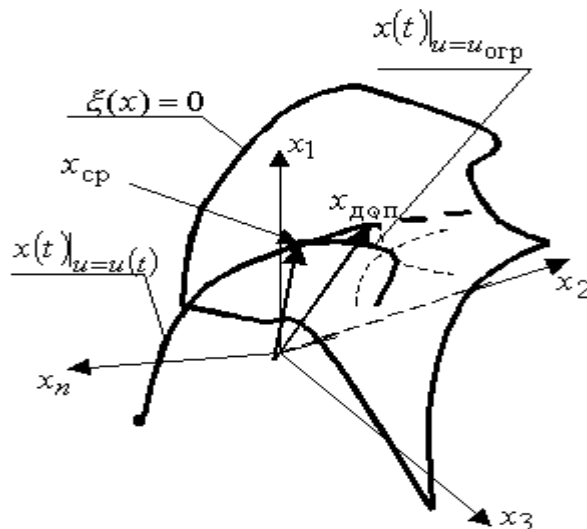


Рис. 2.1

Рис. 1

Метод и алгоритмы выдерживания ограничения

Рассмотрим некоторым образом предварительно отнормированное пространство X^n . Пусть в этом пространстве заданы: точка $M_0(x)$ с текущими

координатами ДС, направление и скорость ее перемещения \dot{x} , поверхность ограничения, описанная уравнением (3). Геометрическая интерпретация задачи для двумерного пространства представлена на рис. 2.

Введем понятие дальности d (рис. 2) под которым будем понимать кратчайшее расстояние между точкой $M_0(x) \in X^n$ и поверхностью ограничения $\xi(x) = 0$. В общем случае дальность d может быть определена путем минимизации целевой функции:

$$F(x) = d^2 = |x - x_\xi|^2,$$

где x_ξ - вектор, координаты которого характеризуют положение произвольной точки $M_1(x_\xi)$ лежащей на поверхности $\xi(x) = 0$. Координаты вектора x_ξ также можно определить, используя уравнение нормали к поверхности ограничения, проходящей через точку $M_0(x)$, на основании очевидного факта, что линия, содержащая кратчайшее расстояние от точки $M_0(x)$ до поверхности ограничения, совпадает с нормалью к поверхности ограничения в точке $M_1(x_\xi)$.

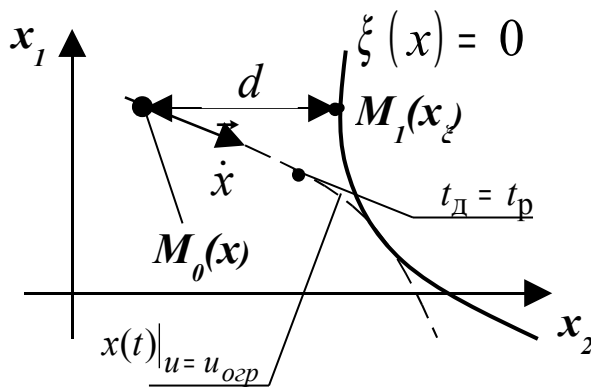


Рис. 2

Следует отметить, что любое смещение в пространстве X^n точки $M_0(x)$ вызывает соответствующее смещение по поверхности ограничения точки $M_1(x_\xi)$, удовлетворяющей $\min F(x)$. Поэтому имеет место следующая формальная зависимость:

$$d = d(x, x_\xi(x)) \Big|_{\min F(x)}. \quad (4)$$

В дальнейшем индекс $\min F(x)$ будет опущен.

Рассмотрим в терминах дальности процедуру выхода на границу $\xi(x) = 0$, с учетом ее «непротыкания». Для этого проанализируем два характерных интервала времени. Первый интервал представляет собой время достижения ДС поверхности ограничения. Обозначим его - t_D . Второй интервал – располагаемое время t_p , за которое можно погасить темп сближения с поверхностью ограничения до нуля. Оба временных интервала определяются в предположении, что для ДС реализуется управление ограничения:

$$u = u_{огр}. \quad (5)$$

Естественно предположить, что при достижении равенства:

$$t_D = t_p \quad (6)$$

траектория движения ДС с управлением (5), включенным в момент времени (6), лишь коснется поверхности ограничения (рис. 2).

Выразим величины t_d и t_p через дальность d и ее производные в предположении, что функция (4) определена и дифференцируема на рассматриваемом временном интервале. Тогда время достижения ДС поверхности ограничения будет равно отношению:

$$t_d = - \frac{d}{\dot{d}_{cp}}, \quad (7)$$

где $\dot{d}_{cp} < 0$ - средняя скорость сближения точки $M_0(x)$ с поверхностью ограничения $\xi(x) = 0$.

Задавшись условием, что:

$$\dot{d}|_{d=0} = 0 \quad (8)$$

и сделав допущение о линейности сброса скорости от текущего значения \dot{d} до нуля, обеспечив $\ddot{d} = const$, можно показать, что:

$$\dot{d}_{cp} = \frac{\dot{d} + 0}{2} = \frac{\dot{d}}{2}. \quad (9)$$

Подставив (9) в (7), для времени достижения t_d , имеем следующую зависимость:

$$t_d = - \frac{2d}{\dot{d}}. \quad (10)$$

По аналогии с выражением (7), в пространстве производных более высокого порядка располагаемое время t_p , в соответствии с ее физическим смыслом, определяется выражением:

$$t_p = - \frac{\dot{d}}{\ddot{d}_p}. \quad (11)$$

Здесь \ddot{d}_p - располагаемое ускорение торможения динамической системы под действием управления ограничения (5).

Следует отметить, что для корректного решения задачи выдерживания ограничений в данной постановке, также как и для времени достижения, необходимо обеспечить:

$$\ddot{d}_p = \ddot{d}|_{u=u_{огр}} = const. \quad (12)$$

Приравнявая уравнения (10) и (11), и решая их относительно дальности d , получим зависимость для определения расстояния до поверхности ограничения $d_{огр}$, при достижении которого необходимо включать управление (5). Прделав соответствующие преобразования, имеем:

$$d_{огр} = \frac{\dot{d}^2}{2\ddot{d}_p}. \quad (13)$$

В (13) \dot{d} и \ddot{d}_p определяются путем формального нахождения первой и второй производной (с учетом (5)) от зависимости (4) по t как по параметру. Прделав данную процедуру, имеем:

$$\dot{d} = \left(\frac{\partial d}{\partial x^T} + \frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T} \right) f(x, a, u, t) \quad (14)$$

и в линейной постановке:

$$\ddot{d}_p = \left(\frac{\partial d}{\partial x^T} + \frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T} \right) \left(\frac{\partial f(\cdot)}{\partial t} + \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x^T} f(x, a, u_{\text{огр}}, t) \right) \quad (15)$$

(слагаемое $\left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial d}{\partial x^T} + \frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T} \right) \right\} f(x, a, u, t)$ для упрощения дальнейших выкладок в (15) не учитывается).

Анализ выражения (13) и его компонент (14), (15) показывает следующее.

Во-первых, при определении участка $d_{\text{огр}}$ учитываются:

- собственные свойства ДС - $\frac{\partial f(\cdot)}{\partial x^T}$;
- ее нестационарность - $\frac{\partial f(\cdot)}{\partial t}$;
- параметры среды – a ;
- составляющая изменения расстояния до поверхности ограничения с учетом кривизны последней, в случае перемещения ДС по произвольной пространственной линии, не совпадающей с нормалью - $\frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T}$;
- доверенное управление ограничения - $u_{\text{огр}}$.

Все это позволяет сделать вывод о наличии адаптационных свойств алгоритма выдерживания ограничений к конфигурации поверхности ограничения, свойствам среды и самой ДС.

Во-вторых: из (15) можно предположить, что под действием управления ограничения (5) произойдет изменение $\ddot{d} = \ddot{d}_p$ на участке ограничения, что противоречит основополагающему условию (12). Для его безусловного выполнения необходимо, путем введения компенсационного управления $\Delta u(t)$ в (5), то есть, положив $u = u_{\text{огр}} + \Delta u(t)$ обеспечить:

$$\Delta \ddot{d}(t) = \ddot{d}_p(t) - \ddot{d}_{p\text{пр}} = \left(\frac{\partial d}{\partial x^T} + \frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T} \right) \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x^T} [f(\cdot) - f_{\text{пр}}(\cdot)] \equiv 0, \quad (16)$$

где $\ddot{d}_{p\text{пр}}$, $f_{\text{пр}}(\cdot)$ - располагаемое ускорение торможения и векторная функция $f(\cdot)$ в момент срабатывания системы ограничения, соответственно.

В этом случае (15) можно переписать в виде:

$$\Delta \ddot{d}(t) = \frac{\partial \ddot{d}}{\partial u^T} \Delta u(t) = \left(\frac{\partial d}{\partial x^T} + \frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T} \right) \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x^T} \frac{\partial f(\cdot)}{\partial u^T} \Delta u(t), \quad (17)$$

откуда выразив $\Delta u(t)$:

$$\Delta u(t) = \left[\left(\frac{\partial d}{\partial x^T} + \frac{\partial d}{\partial x_\xi^T} \frac{\partial x_\xi}{\partial x^T} \right) \frac{\partial f(\cdot)}{\partial x^T} \frac{\partial f(\cdot)}{\partial u^T} \right]^\# \Delta \ddot{d}(t),$$

с учетом (16) получим выражение для компенсационного управления:

$$\Delta u(t) = \left[\frac{\partial f(\cdot)}{\partial u^T} \right]^{\#} [f(\cdot) - f_{\text{ср}}(\cdot)]. \quad (18)$$

Здесь и далее знак # соответствует операции псевдообращения неквадратных и вырожденных матриц. Необходимо отметить, что величина компенсационного управления $\Delta u(t)$ не зависит от параметров поверхности ограничения и расстояния до нее, а зависит только от свойств самой динамической системы.

В итоге для адаптивной системы выдерживания ограничения имеем следующий алгоритм ее срабатывания:

$$u = \begin{cases} u(t), & \text{если } d > d_{\text{огр}}; \\ u_{\text{огр}} + \Delta u(t), & \text{если } d \leq d_{\text{огр}}. \end{cases} \quad (19)$$

В (19) $u_{\text{огр}}$ имеет смысл предварительно выбранного управляющего воздействия, доверенного системе выдерживания ограничений, а $\Delta u(t)$ обеспечивает текущую подстройку алгоритма к нерасчетным условиям функционирования ДС.

Результаты моделирования

Предотвращение столкновений маневренных самолетов в воздухе

Особенность решения задачи предотвращения столкновений маневренных самолетов в воздухе заключается в малых размерах объектов ограничения и их подвижности.

Рассматривается относительное движение защищаемого самолета A относительно угрожающего P (рис. 3).

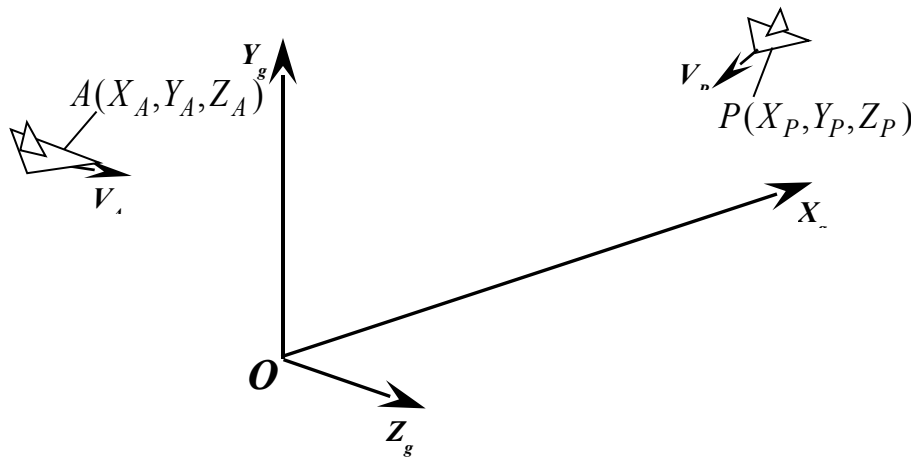


Рис. 3

Размеры защищаемого самолета представляются материальной точкой, а потенциально опасный ЛА - объемом воздушного пространства, ограниченного сферой (рис. 4) с уравнением $X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2$. Здесь R – радиус сферы, учитывающий размеры обоих самолетов и интервал их расхождения.

Таким образом, формализованная задача (рис. 4) будет сводиться к следующему: при угрозе «протыкания» точкой A сферы ограничения в процессе ее движения обеспечить движение вышеназванной точки по траектории, исключающей попадание внутрь сферы.

Проведем через вектор относительной скорости защищаемого самолета, перпендикулярно вектору скорости угрожающего ЛА, плоскость U , которую будем рассматривать в качестве плоскости увода.

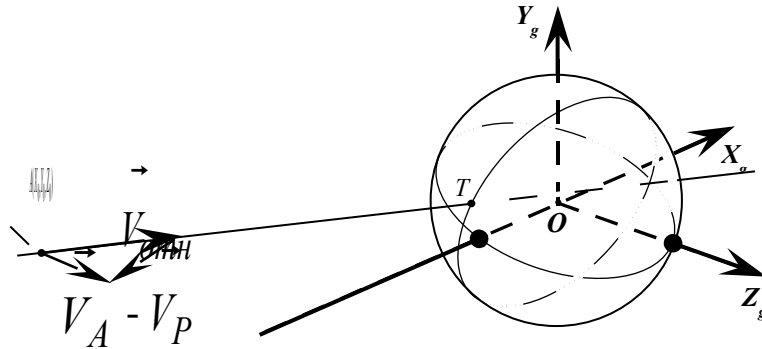


Рис. 4

Плоскость уклонения U является секущей плоскостью для сферы ограничения. В итоге, можно условно перейти к плоскостной задаче рассмотрения маневра уклонения в плоскости U от окружности $\xi(x) = 0$ (рис. 5). Отрезок ΔS на рис. 5 является отрезком ограничения.

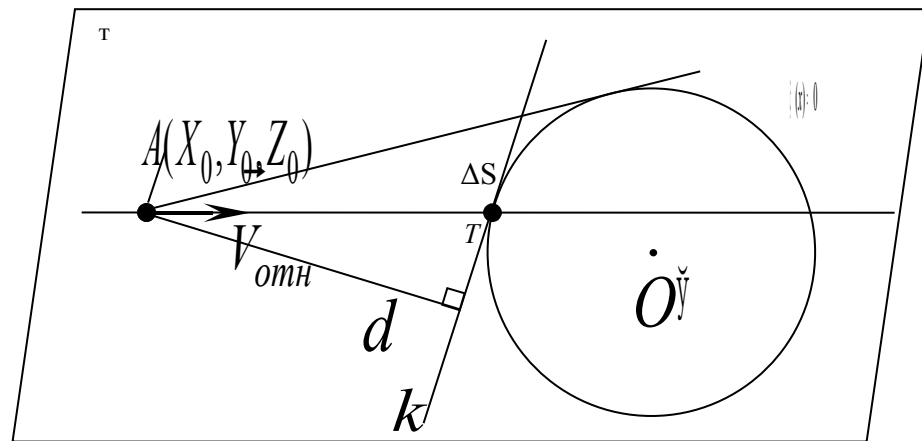


Рис. 5

На рис. 6 - 8 показаны результаты моделирования при уклонении защищаемого самолета от столкновения в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

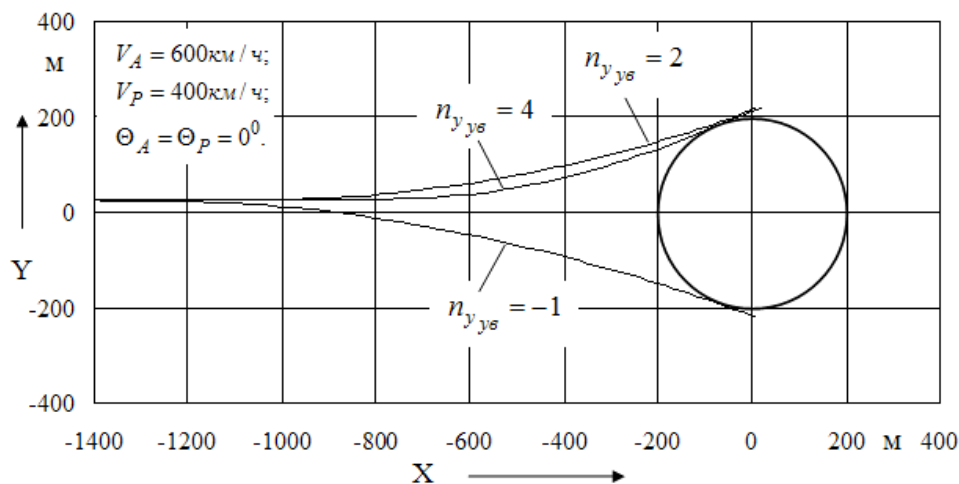


Рис. 6. Траектории относительного движения защищаемого самолета при уклонении от столкновения в вертикальной плоскости на встречных курсах

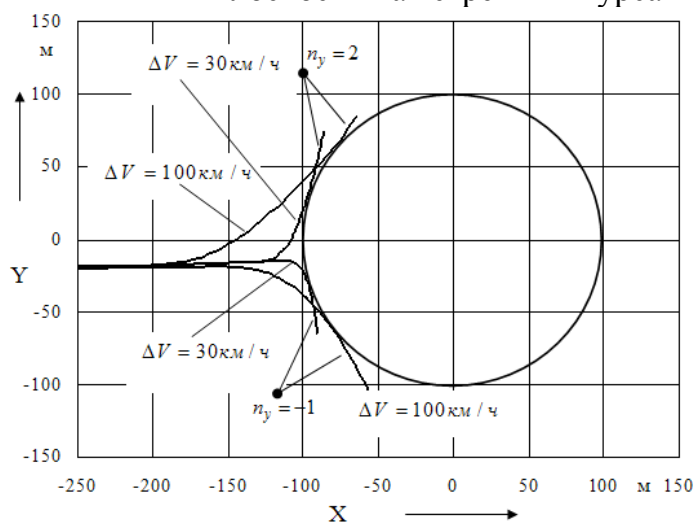


Рис. 7. Траектории относительного движения защищаемого самолета при уклонении от столкновения в вертикальной плоскости на попутных курсах

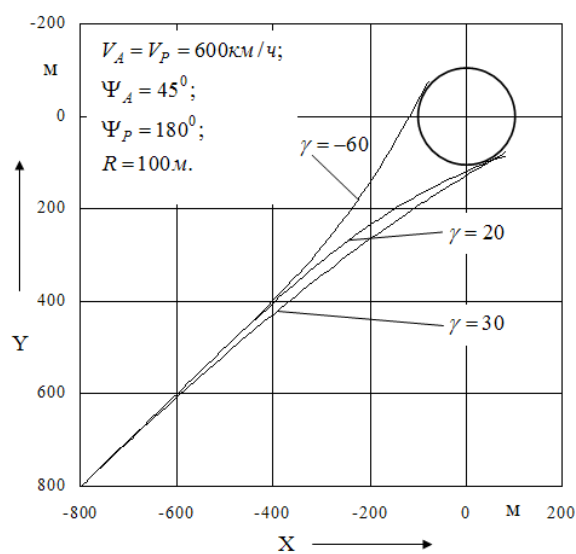


Рис. 8. Траектории относительного движения защищаемого самолета при уклонении от столкновения в горизонтальной плоскости на встречнопересекающихся курсах

Повышение безопасности посадки учебно-тренировочного самолета

Проблема повышения безопасности посадки наиболее актуальна для процесса летного обучения. В работе [1] показано, что допускаемые курсантами ошибки на посадке являются следствием отклонений от заданных параметров на предпосадочном снижении. В целях повышения безопасности посадки предлагается автоматическое исправление отклонений по высоте и боковому уклонению от заданных глиссады и курса соответственно, а так же отклонений от заданной скорости снижения.

Траекторная эксплуатационная область ограничивается поверхностями, содержащими допустимые отклонения (рис. 9):

- превышения – верхняя поверхность;
- понижения – нижняя;
- боковые уклонения – левая и правая поверхности.

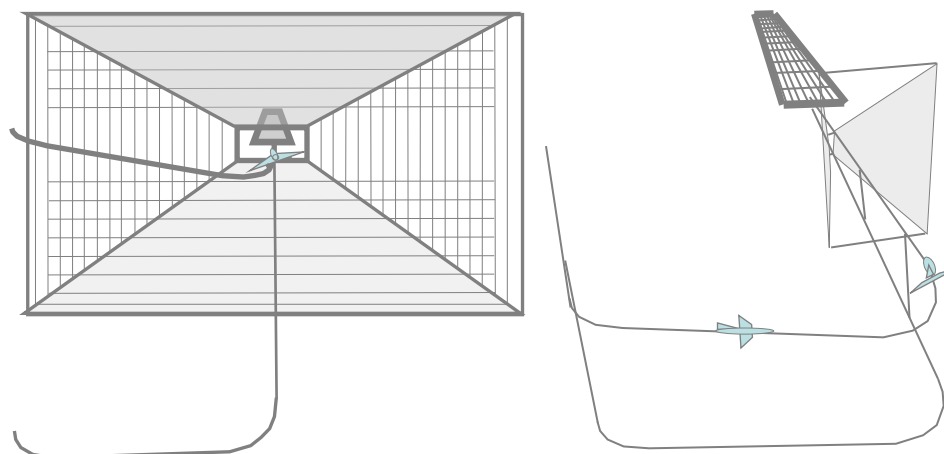


Рис. 9

Алгоритм ограничения работает в трех режимах:

- слежения;
- ограничения;
- исправления.

В режиме слежения происходит непрерывное определение текущих дальностей d до поверхностей ограничения и сравнение их с дальностями ограничения $d_{огр}$, реализуется произвольное (задаваемое летчиком) управление $u(t)$. При достижении дальности ограничения система включает заранее заданное управление ограничения $u_{огр}$, не допуская «протыкания» поверхности ограничения. После касания поверхности (скорость приближения \dot{d} равна нулю) реализуется управление исправления $u_{испр}$, выводящее самолет на заданную траекторию.

Примеры исправления отклонений по высоте и боковому уклонению для самолета типа Як-130 показаны на рис. 10. Моделирование проводилось в среде Simulink системы Matlab. Полученные результаты подтверждают применимость и эффективность метода для решения такого рода задач.

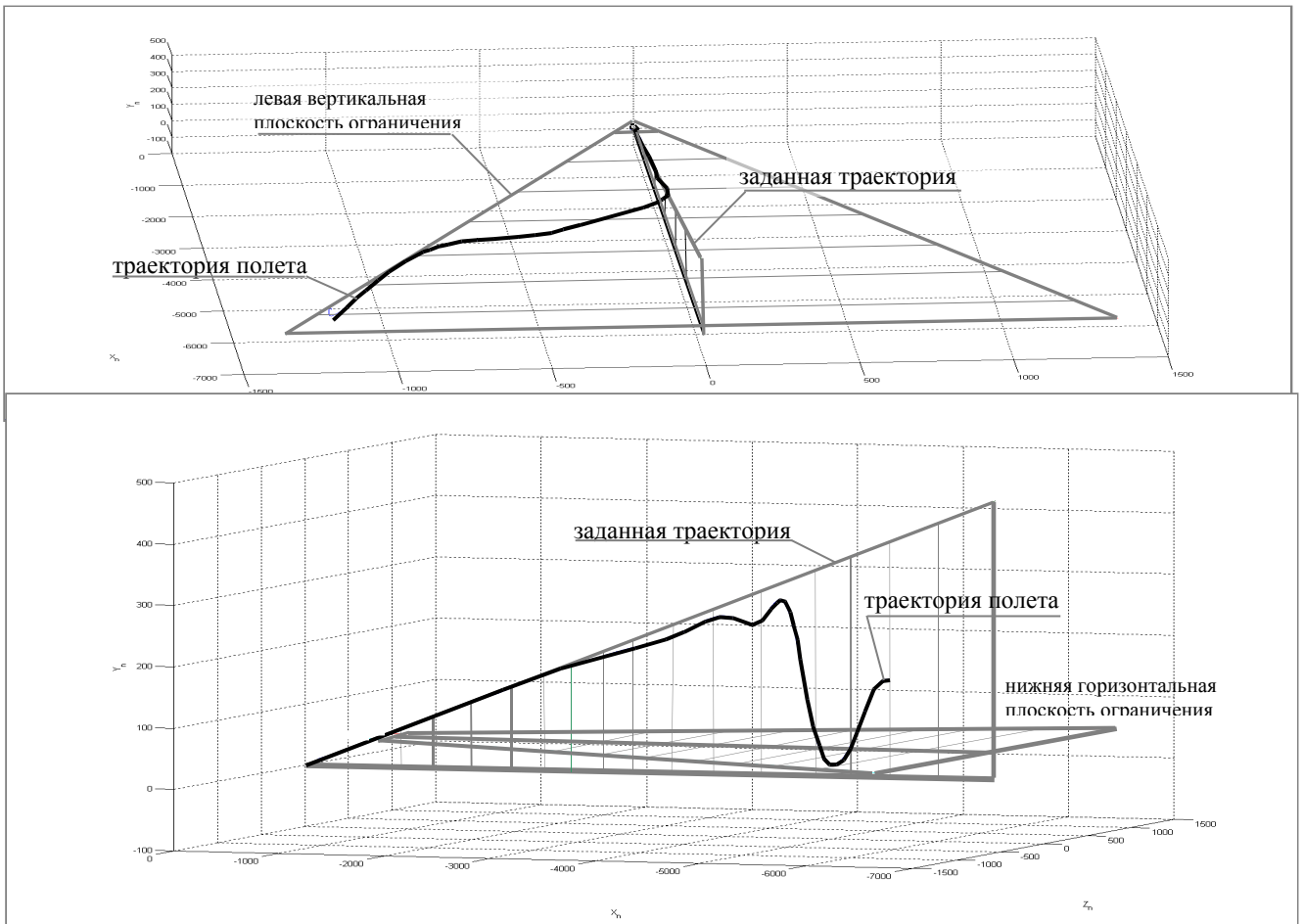


Рис. 10

ЛИТЕРАТУРА

1. Суполка А. А., Бережной В. Ю., Молчанов О. Ю. Повышение безопасности посадки учебно-боевого самолета. Информационный сборник Проблемы безопасности полетов, выпуск 10. М.: ВИНТИ – 2006.