

**ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ СТОЛКНОВЕНИЙ (РАЗВОДА КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ)  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В ВОЗДУШНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

**д.т.н., проф. Н.П. Марьин, Гос НИИ «Аэронавигация»**

*Рассмотрены особенности разведения опасных перекрытий или столкновений летательных аппаратов в воздушном пространстве минимального эшелонирования и предложен вариант оптимального разведения конфликта летательных аппаратов автопилотом.*

**Введение**

Проблема предупреждения столкновений является сложной задачей. Потребовалось много лет для разработки и отладки логики предупреждения столкновений (ПС). Существующие бортовые системы предупреждения столкновений играют важную роль в управлении воздушным движением и находят все большее распространение. Однако дальнейшее развитие воздушного движения, рост интенсивности перевозок и увеличение плотности летательных аппаратов (ЛА) в воздушном пространстве обуславливает дальнейшую автоматизацию процессов разведения конфликтных ситуаций. Необходимость автоматизации управления разведением конфликта вызвана острым дефицитом времени на принятие решения летчиком вследствие скоротечности процессов управления и большого объема используемой информации. Автоматизация функций управления и, в частности, функций предотвращения конфликтных ситуаций в полете - одно из самых необходимых направлений развития бортовых и наземных авиационных радиоэлектронных систем, обеспечивающее значительное повышение безопасности полетов. Поэтому дальнейшему совершенствованию систем предупреждения столкновений придается особое значение. Автоматизация процесса предупреждения конфликтной ситуации и разведения конфликта заметно ослабит влияние человеческого фактора на опасные сближения ЛА.

Целью данной статьи является рассмотрение возможности применения оптимального автоматического разведения конфликтующих ЛА автопилотом.

**Алгоритмы, положенные в основу решения задачи  
предупреждения столкновений**

Способы и средства обеспечения вождения летательных аппаратов в воздушном пространстве минимального эшелонирования (RVSM) в реальном времени при конфликтах составляют предмет теории системы предупреждения столкновений (СПС). Эта теория исследует методы расчета и выполнения экипажами ЛА различных маневров, обеспечивающих разведение конфликта (рис. 1). При этом основное внимание уделяется кинематической стороне маневров. Самолет рассматривается как кинематическая точка, движущаяся в пространстве, однако учитываются ограничения по его скорости и ускорению. Основные задачи алгоритмического обеспечения СПС можно разделить на три группы:

- определение относительного положения ЛА в конфликтной ситуации, что представляет те или иные частные случаи статистического оценивания состояния динамической системы;
- обнаружение случайных событий (маневра ЛА, наличия угрозы столкновения и т.д.), что относится к теории статистических решений;
- управление (выполнение маневров уклонения, выдерживания заданного места и т.д.) согласно теории автоматического управления.

Ниже рассмотрены постановка и отмечены особенности отдельных задач управления в СПС, а также методы оптимального развода конфликтов.

**Оценка относительного движения**

Пусть положение ЛА1 и ЛА2, выполняющих совместный полет и имеющих векторы абсолютных скоростей  $V_1$ ,  $V_2$ , характеризуется в нормальной земной системе координат радиус-

векторами  $\mathbf{r}_{31}, \mathbf{r}_{32}$ . Относительное положение ЛА2 определяется радиус-вектором  $\mathbf{p} = \mathbf{r}_{32} - \mathbf{r}_{31}$ . Пусть на самолете ЛА1 измеряется вектор  $\mathbf{P}$ . Измерение  $\mathbf{P}$  производится со случайными ошибками, которые определяют выбор защищенной зоны вокруг ЛА. Вектор  $\mathbf{V}_1$  предполагается известным. Вектор  $\mathbf{V}_2$  является неизвестной функцией времени. Требуется найти оценку вектора  $\mathbf{P}$ , т. е. определить положение самолета ЛА2 относительно самолета ЛА1 (рис. 2).

В общем случае вектор относительной скорости точки ЛА2 описывается уравнением:

$$\frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 - \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{p}, \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\omega}_1$  - вектор угловой скорости подвижной системы координат, связанной с ЛА1. Из (1) видно, что для определения  $\mathbf{P}$  необходимо знать векторы  $\mathbf{V}_2, \mathbf{V}_1, \boldsymbol{\omega}_1$ , входящие в правую часть (1). Основная проблема заключается в получении информации о векторе  $\mathbf{V}_2(t)$  на самолете ЛА1, где решается задача разведения конфликта.

Другим вариантом рассматриваемой задачи является случай, когда измеряется с ошибками вектор  $\mathbf{P}$  и задано ускорение ЛА1. В этом случае относительное ускорение ЛА2 описывается векторным уравнением:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_p}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{V}_2}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} - 2\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{V}_p - \frac{d\boldsymbol{\omega}_1}{dt} \times \mathbf{p} - \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{p}) \quad (2)$$

Для нахождения оценки вектора  $\mathbf{P}$  здесь необходимо знать абсолютное ускорение ЛА2, а также угловое ускорение  $\frac{d\boldsymbol{\omega}_1}{dt}$ .

Оценивание параметров движения другого самолета (самолета ЛА2) в системе координат своего самолета (т.е. самолета ЛА1 с СПС), является типичной для СПС.

Если оценивается движение ЛА1 относительно ЛА2 на самолете ЛА2, то этот процесс описывается тем же самым уравнением (1) или (2) с соответствующей заменой индексов.

### **Определение параметров максимального сближения**

Пусть движение ЛА1 и ЛА2 задано векторами скоростей  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$  (рис. 3). Основным параметром, характеризующим опасность столкновения самолетов, является максимальное сближение (расстояние расхождения, «промах»):

$$\chi = \frac{\mathbf{V}_{12} \times \mathbf{p}}{V_{12}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{V}_{12} = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$  - вектор относительной скорости.

Время достижения максимального сближения определяется формулой:

$$t_m = \frac{1}{V_{12}} \sqrt{\rho^2 - \chi^2} \quad (4)$$

Задача определения  $\chi$  и  $t_m$  решается на маневрирующем самолете. Как следует из (3) и (4), для определения  $\chi$  и  $t_m$  необходимо знать векторы  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{p}$ . Однако чаще всего известно только с некоторой точностью расстояние  $\rho$  и скорость его изменения  $\dot{\rho}$ . Полагая для этого случая  $\chi \approx 0, V_{12} = -\dot{\rho}$ , из (4) получаем:

$$t_m = \tau = -\frac{\rho}{\dot{\rho}}.$$

Параметр  $\tau$  характеризует время, оставшееся до максимального сближения самолетов. Ясно, что чем выше будет достигнута точность определения параметра  $\tau$ , тем меньше будет в СПС вероятность пропуска конфликтной ситуации и ложных срабатываний системы.

Допустимые погрешности измерения относительного расстояния определяют так же, исходя из заданного уровня безопасности полетов (геометрический фактор: геометрические размеры зоны безопасности, радиус защищенной зоны  $R$  и др. геометрические параметры).

Управление относительным положением заключается в выдерживании временной или линейной дистанции до конфликтующего (опасного) самолета, а также относительных снижения и превышения. Основной проблемой при автоматизации управления самолетом является определение вектора скорости и текущих координат конфликтующего самолета в системе координат маневрирующего ЛА. Проблема оценивания эшелонирования существенно облегчается при наличии зависимого автоматизированного наблюдения (АЗН) и межсамолетных ЛПД.

С появлением в составе бортового оборудования самолетов спутниковых информационных систем и такого мощного средства обработки данных, как ЭВМ, появилась возможность практической реализации в СПС алгоритмов обработки данных и управления, основанных на современных математических методах, обеспечивающих использование всей информации, содержащейся в сигналах, поступающих от источников информации. В результате обеспечивается существенное повышение точности определения параметров относительного движения самолетов, точности расчета управляющих сигналов при выполнении маневров самолетов, а также точности определения параметров, характеризующих безопасность полета. Математической основой построения алгоритмов обработки данных и управления являются теория оптимального статистического оценивания и теория оптимального управления на основе метода максимума Понтрягина и принципа оптимальности Беллмана [7, 8].

Техническая реализация алгоритмов обработки данных зависит от предназначения самолета. В составе бортового оборудования самолета, как отмечалось, СПС может представлять или функциональную подсистему пилотажно-навигационного комплекса [3], или самостоятельную систему с собственными источниками информации и вычислительным устройством. Основными средствами, входящими в СПС, являются средства для измерения относительного положения самолетов, источники информации о высоте полета и векторе скорости, вычислительное устройство, средства индикации и управления.

Важную роль в измерениях относительного положения ЛА играет априорная информация, как об объекте управления, так и о статистических характеристиках сигналов источников информации. Эта информация вводится в математическую модель контролируемого процесса и моделей сигналов источников информации. Следует отметить, что получающаяся при этом пространственная математическая модель имеет высокий порядок и является нелинейной. Существенным при построении моделей является удачный выбор системы координат и состава компонент вектора состояния объекта управления. При построении моделей источников информации важна корректность описания статистических характеристик случайных ошибок измерений, учет областей и зон действия измерительных устройств и т.д.

Однако при практическом построении оптимальных алгоритмов встречается ряд трудностей. Основными из них являются высокий порядок уравнений оптимальных фильтров, явление расходимости фильтров оценки и другие нестабильности. Поэтому во многих случаях при алгоритмизации обработки данных в пилотажно-навигационных комплексах (ПНК) приходится применять более простые так называемые субоптимальные алгоритмы, но имеющие и меньшую точность по сравнению с оптимальными. Возможные способы построения таких алгоритмов, которые могут быть полезны для СПС, рассмотрены в [15 - 20]. При разработке алгоритмов сопровождения самолетов предполагают, что управляющие воздействия, приложенные к объекту, известны достаточно точно. В некоторых же случаях такая информация в отношении других самолетов или самолетов, необорудованных СПС, как правило, отсутствует. В результате приходится разрабатывать специальные методы для обнаружения и учета маневров конфликтующего ЛА.

Отметим, что наиболее сложными является разведение конфликтующих ЛА, маневрирующих по направлению, высоте и скорости полета. В работах [9, 13, 14 - 18] рассмотрены способы решения таких задач, основанные на аппроксимации пространственно-временной траектории маневрирующего самолета методами теории оптимального сглаживания. В этом случае траектория маневрирующего самолета рассчитывается со сдвигом во времени.

**Оценка относительного движения самолетов по параметрам движения, полученным с помощью межсамолетной линии передачи данных**

Пусть ЛА1 - самолет, на котором производится решение задачи о разведении конфликта и определяется относительное положение ЛА2 в виде оценок дальности  $r_0$  и курсового угла  $\varphi$  (рис. 3). Исходной информацией для решения задачи оценки являются измерения вектора скорости  $V_1$  и, возможно, вектора скорости  $V_2$ , дальности и курсового угла, производимые в общем случае со случайными ошибками. Рассматриваются два случая.

**1. Вектор  $V_2$  известен**

Вектор  $V_2$  передается ЛА2 на самолет ЛА1 с помощью линии передачи данных – ЛПД (режим S вторичного радиолокатора). Исходные уравнения объекта для этого случая имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= V_2 \cos(\theta - \varphi) - V_1 \cos \varphi, \\ \dot{\varphi} &= -\frac{1}{\rho} [V_2 \sin(\theta - \varphi) + V_1 \sin \varphi] - \dot{\Psi}_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\rho$  - дальность между самолетами;  $\varphi$  - курсовой угол;  $\dot{\Psi}_1$  - угловая скорость самолета ЛА1;  $\Psi_1$ , и  $\Psi_2$  - углы пути самолетов ЛА1 и ЛА2.

Предполагается, что величины  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $\dot{\Psi}_1$ ,  $\Psi_1$ , и  $\Psi_2$  в данной задаче известны.

Уравнения измерений запишем в форме:

$$z_{r_0} = \rho + v_{\rho}; \quad z_{\varphi} = \varphi + v_{\varphi}, \quad (6)$$

где  $v_{\rho}, v_{\varphi}$  - случайные ошибки измерений. Предположим, что измерения  $\rho$  и  $\varphi$  производятся дискретно, причем  $v_{\rho}, v_{\varphi}$  - дискретные белые шумы с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями  $\sigma_{\rho}$  и  $\sigma_{\varphi}$  соответственно.

В векторно-матричной форме уравнения (5) имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dot{\Psi}_1, \theta), \\ \mathbf{z} &= \mathbf{x} + \mathbf{v} \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \rho \\ \varphi \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_{\rho} \\ z_{\varphi} \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_{\rho} \\ v_{\varphi} \end{bmatrix}$  - векторы;

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} V_2 \cos(\theta - \varphi) - V_1 \cos \varphi \\ -\frac{1}{\rho} [V_2 \sin(\theta - \varphi) + V_1 \sin \varphi] - \dot{\Psi}_1 \end{bmatrix},$$

Пусть интервалы между моментами измерений  $t_k, k=1, 2, \dots$  достаточно малы, так что справедливо приближенное равенство:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{k+1}) &\approx \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{V}_{1k}, \mathbf{V}_{2k}, \dot{\Psi}_{1k}, \theta_k) T_k, \\ T_k &= t_{k+1} - t_k \end{aligned} \quad (8)$$

В этом случае из (7) получаем следующие уравнения модели движения и измерений для конечных моментов времени:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_k); \quad \mathbf{z}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (9)$$

где  $\mathbf{g}(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_k) \approx \mathbf{x}_k + \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_k)$ ,

$\mathbf{a}_k = (\mathbf{V}_{1k}, \mathbf{V}_{2k}, \dot{\Psi}_{1k}, \theta_k)$  - набор известных величин,

$$M[\mathbf{v}_k], \quad M[\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k^T] = \begin{bmatrix} \sigma_\rho & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi \end{bmatrix}.$$

Задача оценки для модели (9) решается на основе уравнений фильтра, имеющих вид:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k' + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{x}}_k'); & \hat{\mathbf{x}}_k' &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{a}_{k-1}); \\ \mathbf{P}_k' &= s_k \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{a})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \left( \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{a})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \Big|_{k-1}; & & (10) \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k' (\mathbf{P}_k' + \mathbf{R}_k)^{-1}; & \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k' - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_k' \end{aligned}$$

где  $\mathbf{P}$  - корреляционная матрица вектора возмущений движения ЛА.

Фильтр (10) обеспечивает формирование оценок дальности  $\hat{r}_0$  и курсового угла  $\hat{\varphi}$ . Этим решается задача определения положения самолета ЛА2 относительно самолета ЛА1.

Помимо оценок  $\hat{r}_0$ ,  $\hat{\varphi}$  требуется определить такие параметры относительного движения самолетов, как угловой или линейный промахи  $\mu$ , и  $\chi$  (рис. 3), которые определяют геометрические размеры защищенной зоны ЛА2 (рис. 1). Оценки этих величин можно вычислить, используя кинематические уравнения движения, по следующим формулам:

$$\hat{\mu} = \frac{\rho_k \hat{\varphi}_k}{V_{\text{отн}k}}; \quad \hat{\chi}_k = \rho_k \mu_k, \quad (11)$$

$$V_{\text{отн}} = -V_2 \cos(\theta_k + \varepsilon) + V_1 \cos \varepsilon,$$

$$\hat{\varphi} = -\frac{1}{\rho} [V_2 \sin(\theta_k - \hat{\varphi}_k) + V_1 \sin \hat{\varphi}_k] - \dot{\Psi}_{1k},$$

где

$$\varepsilon = \arctg \left[ \frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1} \text{ctg} \frac{\theta}{2} \right] + \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$$

Если же для определения размеров защищенной зоны использовать статистические оценки, то геометрические размеры защищенной зоны выбираются согласно установленному уровню безопасности [1 - 4, 10].

## 2. Вектор $\mathbf{V}_2$ неизвестен

Если вектор скорости  $\mathbf{V}_2$  неизвестен, то задача оценки решается путем использования измерений первичного локатора (независимого наблюдения). Далее вводится некоторая гипотеза о законе изменения вектора  $\mathbf{V}_2$ . Простейшей гипотезой является предположение, что  $\mathbf{V}_2 = \text{const}$ . В результате дополнительно к уравнениям (5) получаем еще два:

$$\frac{d\mathbf{V}_2}{dt} = 0, \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = 0. \quad (12)$$

Уравнения (5), (12) в совокупности образуют модель движения, для которой строится фильтр оценки. Более универсальной будет модель движения самолета, учитывающая возможность его маневра по скорости и курсу. Уравнения (12) здесь примут вид:

$$\frac{d\mathbf{V}_2}{dt} = \mathbf{a}_2, \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = \dot{\Psi}_2(t), \quad (13)$$

где  $\mathbf{a}_2(t)$  - ускорение самолета ЛА2;  $\dot{\Psi}_2$  - скорость измерения угла пути.

В общем случае  $\mathbf{a}_2(t)$ ,  $\dot{\Psi}_2$  - коррелированные во времени случайные процессы. Модели этих процессов задаются с помощью формирующих фильтров определенной структуры. Ошибки изменений во времени также могут быть коррелированы. Для решения задачи оценки в этом случае следует применить метод вычитания измерений, изложенные в работах [9, 13, 15 - 22].

## Геометрический фактор конфликта

Для понимания логики предупреждения столкновения (ПС) имеются специальные условия, относящиеся к определению геометрии защищаемого объема, полное описание которых

приведено в [1 – 3, 4]. Программа логических операций ПС осуществляет сопровождение каждого конфликтующего ЛА по наклонной дальности и скорости сближения с целью определения времени пролета до СРА. Вертикальную скорость конфликтующего ЛА программа TCAS выполняет путем измерения времени, затрачиваемого на преодоление очередного 30-метрового (100 фут) кванта высоты. По полученным данным определяются границы объема защищаемого воздушного пространства. Геометрия объема защищаемого воздушного пространства изменяются в зависимости от высоты полета с помощью уровня чувствительности (SL - Sensitivity Level), бортового радиоэлектронного оборудования.

### **Геометрические размеры зон защиты**

Принципы обнаружения факта вторжения ЛА в зону тревоги зависят от состава измеряемых и вычисляемых параметров относительного движения самолетов. Наиболее полным набором параметров является следующий:

$\rho$  - наклонная дальность между самолетами ЛА1 и ЛА2;  $\dot{\rho}$  - нормальная составляющая вектора относительной скорости  $V_{отн}$ ,  $H_1$ ,  $H_2$  - высоты полета самолетов ЛА1 и ЛА2 относительно уровня моря (рис. 1).

В более простых СПС измеряются параметры  $\rho$ ,  $\dot{\rho}$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ . Наконец, в сигнализаторе опасных сближений (СОС) для решения задачи предотвращения столкновений исходной информацией являются параметры  $\rho$ ,  $\dot{\rho}$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ .

Метод обнаружения конфликтной ситуации, т. е. возможности вторжения самолета в защищаемую область, выражается в виде так называемого критерия вторжения. Наиболее общим является критерий по ускорению, учитывающий возможность произвольных маневров самолетов в процессе их сближения с учетом ошибок измерения. Кинематическая схема приведена на рис. 3.

Пусть  $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2$  - вектор относительного ускорения самолетов. Примем, что направление вектора  $\mathbf{a}$  есть случайная величина, равномерно распределенная в диапазоне углов  $0 \dots 2\pi$  (в плоскости разведения конфликта), а максимальное значение модуля вектора постоянно и равно  $a_{max}$ . Под действием ускорения  $\mathbf{a}$  самолет ЛА2 за время  $\tau$  может переместиться в любую точку круга с радиусом  $\frac{1}{2} a_{max} \tau^2$ . Кроме того происходит относительное смещение ЛА2 за счет погрешностей измерения на величину  $\sigma_v$ . Таким образом радиус защищенной зоны должен быть равным:

$$R = |\mathbf{a} + \mathbf{v}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2} a_{max} \tau^2\right)^2 + \sigma_v^2}. \quad (14)$$

Здесь  $\tau$  - длина интервала времени, необходимого для обнаружения угрозы столкновения и выполнения маневра уклонения в зоне тревоги.

На рис. 3 показано, что критерий обнаружения угрозы столкновения можно записать в виде отношений  $\tau = r_1 / V_1 = r_2 / V_2$  или относительной дальности к скорости сближения  $\tau = \rho / V_{12}$ .

Для более простой гипотезы, предполагающей, что маневр самолетов отсутствует (т. е.  $V_1 = \text{const}$ ,  $V_2 = \text{const}$ ), принимается, что защищаемая область имеет форму круга радиусом:

$$R = \sigma_v. \quad (15)$$

Как видим, для оценки критериев требуется информация о дальности до точки пересечения трасс, скоростях  $V_1$  и  $V_2$  и их ускорениях.

С помощью критериев (4), (14), (15) производится обнаружение возможного вторжения в защищенную зону. Поскольку высоты полета самолетов могут быть неодинаковы, эти критерии дополняются критерием по высоте:

$$|H_1 - H_2| < \Delta H_{дон}, \quad (16)$$

где  $\Delta H_{дон}$  - минимально допустимая разность высот полета самолетов, конфликтующих по критериям (14), (15). Величина  $\Delta H_{дон}$  устанавливается согласно [2] и ограничивает риск перекрытия ЛА в вертикальной плоскости.

### Уровень чувствительности

Эффективное функционирование системы ПС требует поддержания разумного соотношения между необходимой защитой от столкновений и нежелательными рекомендациями по маневрам уклонений (ложным тревогам). Это соотношение достигается путем управления уровнем чувствительности (SL), бортового радиоэлектронного оборудования, который в свою очередь управляет  $\tau$  - критерием ( $\tau$  есть время до подхода к CPA, выраженное в секундах, равно отношению относительной дальности к скорости сближения) и, следовательно, размерами защищаемого воздушного пространства вокруг ВС, оснащенного СПС. Чем больше уровень чувствительности, тем более высок уровень защиты от столкновений; однако, при этом увеличивается и уровень ложных тревог. В системе TCAS выбор и установка текущего значения SL осуществляется или наземной станцией УВД, или пилотом.

Установка SL TCAS наземными станциями УВД в воздушном пространстве в настоящее время не используется, хотя возможность ее заложена в логику ПС, за исключением установки SL-1 (“Неподвижный”). С другой стороны пилот может выбрать три режима работы, которые влияют соответственно на SL через логику управления. Этими режимами являются: “Неподвижный” (Standby), “Только ТА” (TA-Only) и “Автоматический” (Automatic), где символ (сообщение) ТА (Traffic Advisory) означает - информация об окружающем воздушном пространстве.

Когда установлен режим “Неподвижный”, аппаратура TCAS не выдает запросных сигналов. Обычно, этот режим используется, когда ВС находится на земле в режиме “Только ТА”. Аппаратура выполняет все функции по обзору и выработке рекомендаций ТА, но не вырабатывает RA, где символ (сообщение) RA означает – рекомендация пилоту изменить текущую траекторию полета. Этот режим обычно используется пилотом для исключения нежелательных раздражителей при полете на малых высотах в районе аэропорта.

Когда пилот выбирает режим “Автоматический” аппаратура TCAS выбирает SL, базируясь на текущей высоте собственного ВС. В таблице приведены значения порогов по высоте, на которых аппаратура TCAS автоматически меняет свой SL и связанные с этим значения  $\tau$ .

Таблица

Высота, м	Уровень чувствительности (SL)	Значение $\tau$ , с	
		ТА	РА
0-152 (AGL)	2	20	Нет
152-762 (AGL)	4	35	20
762-3048 (MSL)	5	40	25
3048-6096 (MSL)	6	45	30
Выше 6096 (MSL)	7	48	35

SL-2 устанавливается автоматически, когда ВС, оснащенное TCAS, находится на высоте 0-150 м над поверхностью земли (AGL - Above Ground Level), определяемой радиовысотомером. На SL-2 выдаются только сигналы ТА. В режимах SL-4 - SL-7 выдаются рекомендации ТА и RA. В SL-4 используется информация от радиовысотомера, а в режимах SL-5 - SL-7 используются данные о высоте над средним уровнем моря (MSL - Mean Sea Level) барометрического высотомера. В настоящее время режим SL-3 не может быть установлен автоматически, он зарезервирован для возможного использования в дальнейшем в районах, где потребуется большее снижение чувствительности.

### $\tau$ -критерий

В задаче предупреждения столкновений время полета до точки максимального сближения (CPA - Closest Point of Approach) является более важным параметром, чем расстояние до этой точки. В развитии этой идеи, в 1956 г. был разработан  $\tau$ -критерий. Все функции по ПС в TCAS II базируются на  $\tau$ -критерии. На рис. 4 показаны граничные линии, являющиеся комбинациями значений наклонной дальности и скорости сближения, при пересечении которых выдается рекомендация ТА с  $\tau$ , равным 48 с, и рекомендация RA с  $\tau$ , равным 25 с. Как показано в таблице

эти величины  $\tau$  соответствуют режиму SL-5. Таким образом, если скорость сближения (относительная) очень низкая, как это показано на рис. 4, ЛА могут сходитья очень близко не превышая  $\tau$ , без выдачи сообщений TA и RA. Для обеспечения дополнительной защиты на случай возможных маневров или изменения скорости одним из ЛА, граничные линии  $\tau$  модифицируются так, как показано пунктирными линиями (рис. 4).

### Оптимальное разведение конфликта

Эксплуатируемая система предупреждения столкновений типа TCAS II осуществляет развод конфликтующих ЛА только маневрированием в вертикальной плоскости по  $\tau$ -критерию. Согласно [1 - 3] для предотвращения столкновения (опасного перекрытия) устанавливается допустимый риск (вероятность) перекрытия двух ЛА в трехмерном воздушном пространстве в реальном времени. Поэтому, при разработке автоматического разведения опасных сближений в воздушном пространстве RVSM кроме  $\tau$ -критерия могут быть использованы и критерии (14), (15), (16).

#### *Алгоритм оптимального разведения конфликта (управления траекториями летательных аппаратов ЛА)*

Подробное решение задач о величине риска перекрытия двух ЛА в зависимости от их положения в воздушном пространстве RVSM и технических характеристик навигационной системы рассмотрены в работах [1 - 3, 10 - 12], в которых предложены алгоритмы оптимального управления траекториями ЛА, совершающими полеты по пересекающимся и сходящимся трассам. Ниже решается задача методом максимума Понтрягина [7] и на основе принципа оптимальности Беллмана [8] об оптимизации системы управления ЛА, оснащенных БСПС, в зоне тревоги (предотвращения конфликта рис. 1, рис. 5). В общем случае задаче разведения конфликта может служить модель большого и важного класса схем полета с ограничениями в виде равенства:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t], \quad (17)$$

где  $m$ -мерный вектор  $\mathbf{u}$  представляет собой управляющую функцию, которую следует выбрать, а  $n$ -мерный вектор  $\mathbf{x}$  представляет собой результирующую траекторию. Считается, что  $\mathbf{f}$  имеет непрерывные производные по  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{u}$ . Часто оказывается, что подобные предположения о гладкости являются гарантией того, что для любой кусочно-непрерывной функции  $\mathbf{u}$  существует единственная допустимая траектория  $\mathbf{x}$  для (17). Таким образом, для семейства допустимых управляющих функций, принадлежащего к классу кусочно-непрерывных функций, и для любого заданного допустимого начального условия  $\mathbf{x}(t_0)$  выражение (17) определяет единственное допустимое решение в рассматриваемом интервале управления.

Рассмотрим задачу об оптимальном управлении ЛА, когда момент начала и момент завершения полета фиксированы и определим допустимую функцию управления ЛА  $\mathbf{u}$  с целью минимизации функционала (функции качества):

$$J = \theta[\mathbf{x}(t), t] \Big|_{t=t_0}^{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] dt, \quad (18)$$

где в зависимости от решаемой задачи выбираются функции  $\theta$  и  $\Phi$ , которые имеют непрерывные частные производные по  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{u}$ . Для того чтобы в функционале (18) учесть системное ограничение, заданное в виде дифференциального уравнения (17), воспользуемся методом множителей Лагранжа:

$$J = \theta[\mathbf{x}(t), t] \Big|_{t=t_0}^{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \{ \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] + \boldsymbol{\lambda}^T(t) [\mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] - \dot{\mathbf{x}}] \} dt, \quad (19)$$

где  $\boldsymbol{\lambda}$  - вектор множителей Лагранжа.

С помощью вектора множителей Лагранжа определяется скалярная функция - гамильтониан в виде:

$$H[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t] = \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]. \quad (20)$$

Подставив выражение (20) в (19), преобразуем функцию стоимости к виду:



$$J = \theta[\mathbf{x}(t), t] \Big|_{t=t_0}^{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \{H[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t] - \boldsymbol{\lambda}^T(t) \dot{\mathbf{x}}\} dt. \quad (21)$$

Затем, проинтегрировав последний член подынтегрального выражения (21), получим:

$$J = \{\theta[\mathbf{x}(t), t] - \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{x}(t)\} \Big|_{t=t_0}^{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \{H[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t] - \boldsymbol{\lambda}^T(t) \dot{\mathbf{x}}(t)\} dt. \quad (22)$$

Определим первую вариацию  $J$ :

$$\delta J = \left\{ \delta \mathbf{x}^T \left[ \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda} \right] \right\} \Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \delta \mathbf{x}^T \left[ \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} + \dot{\boldsymbol{\lambda}} \right] + \delta \mathbf{u}^T \left[ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} \right] \right\} dt. \quad (23)$$

Необходимое условие минимума состоит в том, что для произвольных вариаций  $\delta \mathbf{x}$  и  $\delta \mathbf{u}$  первая вариация  $J$  должна быть равна нулю. Отсюда получаем необходимое условие существования минимума функционала (22):

$$\delta \mathbf{x}^T \left[ \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\lambda} \right] = 0 \quad \text{для } t = t_0, \quad t = t_f, \quad (24)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0. \quad (26)$$

Рассмотрим более подробно начальные и конечные граничные условия, заданные выражением (24).

Для широкого класса задач оптимального управления начальное состояние полета определено (например, таблицей 1), а состояние полета в момент достижения назначенного пункта не определено. В этом случае из (24) получаем следующую запись начальных и конечных граничных условий (условий трансверсальности):

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad \boldsymbol{\lambda}(t_f) = \frac{\partial \theta[\mathbf{x}(t_f), t_f]}{\partial \bar{\mathbf{x}}(t_f)}, \quad (27)$$

поскольку  $\delta \mathbf{x}(t_0)$ ,  $\mathbf{x}(t_0)$  фиксировано, а  $\delta \mathbf{x}(t_f)$  - произвольно. В другом широком классе задач и  $\mathbf{x}(t_0)$ , и  $\mathbf{x}(t_f)$  фиксированы (начало и конец маневрирования, положения пунктов вылета и посадки в пространстве и времени). В этом случае  $\delta \mathbf{x}(t_0)$  и  $\delta \mathbf{x}(t_f)$  должны равняться нулю, а  $\mathbf{x}(t_0)$  и  $\mathbf{x}(t_f)$  являются граничными условиями в двухточечной краевой задаче. Для задач оценивания предупреждения конфликтов в СПС ни  $\mathbf{x}(t_0)$ , ни  $\mathbf{x}(t_f)$  не фиксированы, а  $\theta=0$ . В этом случае из (24) следует, что  $\boldsymbol{\lambda}(t_0) = \boldsymbol{\lambda}(t_f) = 0$ , это и будут граничные условия для данной задачи, так как  $\mathbf{x}(t_0)$  и  $\mathbf{x}(t_f)$  - произвольные. В другом случае мы можем иметь  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$ ,  $\theta = 0$  и  $\|\mathbf{x}(t_f)\|^2 = 1$ . При этом начальные и конечные условия получаются, если решить два скалярных уравнения, каждое из которых содержит  $n$  переменных:

Более точную и общую формулировку начальных и конечных условий получают, когда считают, что в исходном положении:

$$\mathbf{M}[\mathbf{x}(t_0), t_0] = 0, \quad (29)$$

а в конечном:

$$\mathbf{N}[\mathbf{x}(t_f), t_f] = 0, \quad (30)$$

и эти последние два условия вводят в функцию  $\theta$  с помощью множителей Лагранжа  $\boldsymbol{\xi}$  и  $\mathbf{v}$ . Тогда функция качества приобретает следующий вид:

$$J = \theta[\mathbf{x}(t), t] \Big|_{t_0}^{t_f} - \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{M}[\mathbf{x}(t_0), t_0] + \mathbf{v}^T \mathbf{N}[\mathbf{x}(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \{H[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t), t] - \boldsymbol{\lambda}^T(t) \dot{\mathbf{x}}\} dt. \quad (31)$$

Начальные условия получают обычными вариационными методами:

$$\boldsymbol{\lambda}(t_0) = \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} + \left( \frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial \mathbf{x}} \right) \boldsymbol{\xi}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{x}(t), t) = 0, \quad t = t_0. \quad (32)$$

Из (32) получаются  $n$  начальных условий с  $r$  параметрами, которые определяются так, чтобы выполнялись условия (29). Аналогично  $n$  условий в момент достижения намеченного пункта получаются из:

при  $q$  параметрах  $\mathbf{v}$  так, чтобы выполнялось  $q$  условий (30).

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} + \left( \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{v}, \quad \mathbf{N}(\mathbf{x}(t), t) = 0, \quad t = t_f. \quad (33)$$

Векторное дифференциальное уравнение (25) называют сопряженным уравнением. Уравнение (26) дает связь между исходной динамикой системы (33) и  $n$ -мерным сопряженным уравнением  $\dot{\boldsymbol{\lambda}}$  (25).

Условием минимума  $J$  является также не отрицательность второй вариации  $J$  вдоль всех траекторий так, чтобы было справедливо (33). Поэтому следует вычислить вторую вариацию  $J$  и приравнять нулю вариацию от уравнения (17). Такое условие выполняется в том случае, если квадратная матрица порядка  $n+m$  под знаком интеграла и матрица  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial \mathbf{x}^2}$  неотрицательно определенные.

### Управляющие параметры разведения конфликта ЛА

Предположим, что в  $n$ -мерном фазовом пространстве  $X$  по пересекающимся трассам, лежащим в вертикальной (горизонтальной) плоскости, движутся два ЛА. Встреча этих ЛА (или их перекрытие) может произойти в точке пересечения трасс СРА. Необходимо предотвратить опасное перекрытие ЛА в указанном пункте. Движение каждого из этих ЛА определяется своей собственной системой дифференциальных уравнений со своими собственными управляющими параметрами. Управляющие параметры, область управления и траекторию движения ЛА1 с БСПС, совершающего обход защищенной зоны ЛА2 (также оснащенного БСПС), обозначим соответственно через  $\mathbf{u}$ ,  $U$ ,  $\mathbf{x}(t)$ . Для ЛА2 будем эти величины обозначать символами  $\mathbf{v}$ ,  $V$ ,  $\mathbf{x}'(t)$ .

Пусть  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\mathbf{v}(t)$  - некоторые допустимые управления, а  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{x}'(t)$  - соответствующие им траектории с начальными условиями:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}'(0) = \mathbf{x}'_0. \quad (34)$$

Если для некоторого  $t > 0$  расстояние между ЛА становится равным радиусу защищенной зоны  $R$ , т.е. выполняется равенство:

$$\left| \mathbf{x}(t_p) - \mathbf{x}'(t_p) \right| = R, \quad (35)$$

то время  $t_p$  является *моментом разведения конфликтующих ЛА*, а сам факт выполнения равенства (35) - *разведением*. Вообще говоря, если управления  $u(t)$  и  $v(t)$  выбраны произвольно, то перекрытия может не произойти ни при каком  $t > 0$ . Если же перекрытие происходит, то мы будем говорить, что  $u(t)$  является *разводящим управлением* (для заданного управления  $v(t)$  и заданных начальных условий (34)). При этом для заданных  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}'$ ,  $v(t)$  и выбранного управления  $u(t)$  может произойти не одно перекрытие. Тогда *наименьшее* положительное число  $t_p$  является *временем разведения*, соответствующим управлениям  $u(t)$ ,  $v(t)$ , которое обозначим через  $T_{u,v}$ .

Считается, что для любого заданного управления  $v(t)$  существует (при заданных начальных условиях (33)) разводящее управление  $u(t)$ .

Если любое допустимое управление  $v(t)$  выбрано, то можно поставить вопрос о нахождении такого допустимого управления  $u(t)$ , чтобы соответствующее время разведения  $T_{u,v}$  принимало минимальное значение. Этот минимум обозначим через  $T_v$ :

$$T_v = \min_u T_{u,v}.$$

Далее, предполагаем, что существует допустимое управление  $v(t)$ , осуществляющее максимум величины  $T_v$ . Этот максимум обозначим через  $T$ :

$$T = \max_v T_v = \max_v \left( \min_u T_{u,v} \right). \quad (36)$$

Задача заключается в том, чтобы выбрать такую пару допустимых управлений  $u(t), v(t)$ , что для соответствующего времени разведения  $T_{u,v}$  выполняется равенство  $T_{u,v} = T$ . Такая пара управлений  $u(t), v(t)$  является *оптимальной парой управлений*, а соответствующая пара траекторий  $x(t), x'(t)$  (с начальными значениями (34)) - *оптимальной парой траекторий*.

Итак, управление  $u$  (при любом заданном управлении  $v(t)$ ) выбирается таким образом, чтобы по возможности ускорить разведение конфликтующей пары.

При решении поставленной задачи предполагается, что движение маневрирующего ЛА1 описывается в пространстве  $X$  *линейным* уравнением (в векторной форме):

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}(x, u) \equiv \mathbf{A}\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{c}, \quad (37)$$

для которого соответствующая область управления  $U$  представляет собой замкнутый выпуклый ограниченный многогранник в пространстве  $E_T$  переменной  $\mathbf{u}=(u_1 \dots, u_T)$ . Движение ЛА1 описывается векторным уравнением:

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{g}(\mathbf{x}', v, t), \quad (38)$$

а соответствующая область управления  $V$  является множеством  $s$ -мерного пространства переменной  $\mathbf{v}=(v_1, \dots, v_s)$ . В качестве класса допустимых управлений (как для  $u$ , так и для  $v$ ) примем множество всех кусочно-непрерывных управлений. На координаты векторной функции  $\mathbf{g}(\mathbf{x}', v, t)$ , наложим обычные условия (непрерывность по переменным  $\mathbf{x}', v, t$  и непрерывная дифференцируемость по координатам  $\mathbf{x}'$ ).

Для решения поставленной задачи согласно принципу максимума Понтрягина [7] введем в рассмотрение два вспомогательных вектора (множители Лагранжа):

$$\boldsymbol{\varphi} = (\phi_1, \dots, \phi_n), \quad \boldsymbol{\chi} = (\chi_1, \dots, \chi_n)$$

и две гамильтоновы функции:

$$\begin{aligned} H(\boldsymbol{\varphi}, x, u) &= \sum_{\alpha=1}^n \varphi_{\alpha} f_{\alpha}(x, u) = (\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{f}(x, u)), \\ H'(\boldsymbol{\chi}, \mathbf{x}', v) &= \sum_{\alpha=1}^n \chi_{\alpha} g_{\alpha}(\mathbf{x}', v, t) = (\boldsymbol{\chi}, \mathbf{g}(\mathbf{x}', v, t)) \end{aligned}$$

соответствующие маневрирующему ЛА1 и не маневрирующему ЛА2. С помощью функций  $H, H'$  мы напишем следующие две системы уравнений для вспомогательных неизвестных  $\phi_i$  и  $\chi_i$ :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\phi}} &= - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}, \\ \dot{\boldsymbol{\chi}} &= - \frac{\partial H'}{\partial \mathbf{x}'} \end{aligned} \quad (39)$$

Если заданы функции  $\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t), \mathbf{x}'(t)$ , то, подставляя их в правые части системы (39), мы получим линейные системы относительно неизвестных  $\phi_i$  и  $\chi_i$ . Каждое решение  $\phi_i$  и  $\chi_i$  этих систем будет соответствовать выбранным функциям  $\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t), \mathbf{x}'(t)$ . Итак, необходимое условие оптимальности для рассматриваемой задачи сводится к следующему:

Пусть  $\mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t)$  - *оптимальная пара управлений*, а  $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}'(t)$  - *соответствующая оптимальная пара траекторий* (см. уравнения (37), (38)) и  $T$  - *время разведения*. Тогда существуют такие нетривиальные решения  $\mathbf{x}(t), \mathbf{x}'(t)$  систем (39), соответствующие функциям  $\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t), \mathbf{x}'(t)$ , что:

1 - для всех  $t, 0 \leq t \leq T$ , выполнены условия максимума:

$$\max_{u \in U} H(\phi(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}) = H(\phi(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad (41)$$

$$\max_{v \in V} H'(\chi(t), \mathbf{x}'(t), v) = H'(\chi(t), \mathbf{x}'(t), v(t)); \quad (42)$$

2 - в момент  $t = T$  выполняются условия:

$$H(\phi(T), \mathbf{x}(T), \mathbf{u}(T)) \geq H'(\chi(T), \mathbf{x}'(T), v(T)), \quad (43)$$

Процессы обработки данных в бортовых системах предупреждения столкновений (СПС) сводится к обнаружению конфликтного самолета, оценке параметров относительного движения по результатам измерений, обнаружению факта «вторжения» конфликтного самолета в так называемую защищенную область, определение вида маневра для предотвращения столкновения и момента начала маневра. В сигнализаторах опасных сближений (СОС) обработка данных сводится к обнаружению конфликтного самолета, оценке параметров относительного движения и своевременному предупреждению летчика об угрозе столкновения. Алгоритмы обработки данных и надежность получаемых результатов обработки и оценки конфликтной ситуации существенно зависят от состава и точности измеряемых параметров.

### ***Ограничения в форме неравенств на переменные состояния и управление***

Определенные выше критерии являются ограничениями в форме неравенств на некоторые или на все переменные состояния. Представим эти ограничения в форме неравенства с помощью  $s$ -мерного векторного уравнения:

$$\mathbf{h}[\mathbf{x}(t), t] \geq 0, \quad (45)$$

при этом предполагается, что каждая составляющая  $\mathbf{h}$  дифференцируема в пространстве состояний полета. Существуют несколько методов, с помощью которых можно осуществить преобразование выражения (45) в ограничение в форме равенства [13, 15, 20, 23, 24]. Введем новую переменную  $x_{n+1}$ :

$$\dot{x}_{n+1} = [h_1(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_1) + [h_2(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_2) + \dots + [h_s(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_s), \quad (46)$$

где  $H[hs(\mathbf{x}, t)]$  - модифицированная ступенчатая функция Хевисайда:

$$H[h_s(\mathbf{x}, t)] = \begin{cases} 0, & h(\mathbf{x}, t) \geq 0, \\ K_s, & h(\mathbf{x}, t) < 0, \end{cases} \quad K_s > 0, \quad s = 1, 2, \dots, s \quad (47)$$

при начальном условии  $x_{n+1}(t_0) = 0$ .

Таким образом, видно, что  $x_{n+1}(t_f)$  является непосредственным способом включения ограничения в форме неравенства, наложенного на переменную состояния:

$$x_{n+1}(t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \dot{x}_{n+1}(t) dt = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ [h_1(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_1) + \dots \right. \\ \left. \dots + [h_s(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_s) \right\} dt.$$

Потребуем, чтобы  $x_{n+1}(t_f) = 0$ .

Такой подход [13, 15] позволяет преобразовать  $s$  ограничений в форме неравенств в  $s$  ограничений в форме равенств вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n+1} &= [h_1(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_1), & x_{n+1}(t_0) &= 0, \\ \dot{x}_{n+2} &= [h_2(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_2), & x_{n+2}(t_0) &= 0, \\ & \vdots & & \\ \dot{x}_{n+s} &= [h_s(\mathbf{x}, t)]^2 H(h_s), & x_{n+s}(t_0) &= 0, \end{aligned}$$

которые затем прибавим к функционалу, в результате чего получим:

$$J_{\text{мод}} = J_{\text{исх}} + \sum_{j=1}^{j=s} x_{n+j}(t_f). \quad (48)$$

Таким образом, множители  $K_s$  являются функциями штрафов, а  $J_{\text{мод}}$  минимизируется так, что защищенная зона или область ограничения затрагивается слабо либо вообще не меняется. Если мы потребуем, чтобы  $x_{n+j}(t_f)=0$  для  $j=1, 2, \dots, s$ , ограничение, конечно, вообще не усиливается.

Ограничение на управление, например, на курсовой угол  $\varphi(t)$  в виде неравенства  $|\varphi| \leq \varphi_{\text{max}}$  можно преобразовать в ограничение типа равенства, если ввести дополнительную переменную  $\xi$  и предположить, что в каждый момент времени  $t$  ( $t_1 \leq t \leq t_2$ ) выполняется условие:

$$(\varphi(t) + \varphi_{\text{max}})(\varphi_{\text{max}} - \varphi(t)) - \xi^2(t) = 0.$$

Здесь  $\xi(t)$  - переменная, которая стремится к нулю, если  $\varphi(i)$  любого из своих пределов -  $\varphi_{\text{max}}$  или  $-\varphi_{\text{max}}$ . Когда  $\varphi(i)$  располагается между этими пределами, переменная  $\xi(t)$  является конечной величиной. Например, при  $\varphi(i)=0$   $\xi(t)$  имеет величину  $\varphi_{\text{max}}$ .

Ниже приводятся некоторые результаты моделирования разведения конфликта.

### Логика (алгоритм) функционирования TCAS II

На рис. 6 представлена функциональная схема программы логических операций, используемых СПС для выполнения задачи ПС. Приведенное ниже описание этой схемы дает лишь общее представление об этих операциях. Полное описание этих функций представлено в документе "TCAS II Minimum Operational Performance Standarts" (MOPS) (DO-185).

### Информация об окружающем воздушном движении

Проверка по дальности и высоте осуществляется для каждого ЛА, передающего информацию о высоте. Проверка по дальности базируется на  $\tau$ -критерии ТА. ЛА, по которому выдается сигнал ТА, обозначается как конфликтующий ЛА, если он будет иметь отличие текущей или прогнозируемой высоты в СРА от высоты собственного ЛА не более 360 м (1200 футов). ЛА, который не классифицируется как ТА, но находится в интервале относительных дальностей от 11,1 км (6 морских миль) и до 360 м (1200 футов) по высоте, обозначаются как близкий ЛА.

Не предающий информацию о высоте ЛА обозначается как конфликтующий ЛА, если проверка по дальности показывает, что расчетный  $\tau$ -критерий лежит в пределах порога  $\tau$ -критерия для рекомендации RA, связанной с используемым в данный момент (текущим) SL. Он ( $\tau$ -критерий) изменяется от 20 с для SL-4 до 35 с для SL-7.

### Трассовое сопровождение

Используя обзорную информацию, обновляемую через каждую секунду, программа логических операций ПС осуществляет сопровождение каждого конфликтующего ЛА по наклонной дальности и скорости сближения с целью определения времени пролета до СРА. Если ЛА оборудован ответчиком, выдающим информацию о его высоте, программа ведет также сопровождение и по ней для прогнозирования высоты ЛА в СРА. Эта программа определяет вертикальную скорость ЛА путем измерения времени, затрачиваемого на преодоление очередного 30-метрового (100-футового) кванта высоты (или 6-метрового кванта высоты в TCAS II модификации 7.0 [5]).

Программа логических операций использует данные барометрического высотомера собственного ЛА либо непосредственно с его выхода, либо данные, обработанные компьютером воздушных данных, для определения высоты, вертикальной скорости собственного ЛА и относительной высоты каждого ЛА. Выходы программы траекторного сопровождения (дальность ЛА, скорость изменения дальности, относительная высота и вертикальная скорость) поступают на вход программы вырабатывающей рекомендации ТА и программы определения опасного ЛА.

На высоте ниже 518 м (1700 футов) над уровнем земли, программа логических операций использует разность между барометрической высотой собственного ЛА и радиовысотой для определения превышения подстилающей поверхности над уровнем моря. Затем она вычитает последнюю величину из барометрической высоты опасного ЛА для определения его высоты над подстилающей поверхностью. Если эта высота меньше 55 м (180 футов), TCAS считает опасный ЛА, находящимся на поверхности земли, в этом случае сигнал ТА не вырабатывается.

### ***Рекомендации ТА и RA в защищаемой зоне***

Каждое ВС, оснащенное СПС, окружается защищаемой зоной [3, 5]. Границы этой зоны формируются  $\tau$ -критерием. Согласно программе ЕВРОКОНТРОЛЯ по БСПС - проект «ACTOR» [5] в воздушном пространстве сокращенного минимума вертикального эшелонирования ((RVSM) применяемые в системе TCAS II модификации 7.0 (7.0 TCAS II) пороговые значения времени полета составляют: для ТА - 48 с, а для RA - 25 с когда ЛА, находится в горизонтальном полете, и - 35 с когда ЛА набирает высоту. При вертикальной скорости 1000 фут/мин 48 с (т.е. наибольшая величина) соответствуют 800 футам. Считается, что для пилота одна рекомендация ТА в европейском воздушном пространстве RVSM, будет выдаваться каждые 20 часов полета при оснащении ЛА модификацией 7.0 TCAS II, а рекомендация RA – каждые 330 часов полета.

Для TCAS II модификации 6.04, при низких скоростях вертикального сближения ЛА, вертикальный размер защищаемого объема для сообщения ТА установлен в 1200 футов выше и ниже собственного ЛА. Вертикальный размер для сообщения RA варьируется от 750 до 950 футов относительно высоты собственного ЛА. Для высоких вертикальных скоростей сближения сообщения ТА или RA будут выдаваться тогда, когда прогнозируемое время выхода ВС на одну высоту окажется меньше величин  $\tau$ , приведенных в таблице 1.

Считается, что для пилота одна рекомендация ТА в европейском воздушном пространстве RVSM, будет выдаваться каждый час полета при оснащении ЛА модификацией 6.04 TCAS II, а рекомендация RA – каждые 165 часов полета.

**Пример 1.** Допустим, что один ЛА выполняет горизонтальный полет на ЭП340 с путевой скоростью 450 уз. Другой ЛА в том же направлении выполняет горизонтальный полет на ЭП350 по тому же маршруту с путевой скоростью 470 уз. Оба летательных аппарата оснащены TCAS II модификации 7.0. Смещение их траекторий по вертикали таково, что срабатывают ТА. Как долго длятся ТА [5]?

Решение. В системе TCAS II модификации 7.0 защитная дистанция для ТА составляет 1,3 м. мили. ТА срабатывает, когда расстояние становится меньше 1,3 м. мили, и прекращается, когда траектории воздушных судов расходятся и при этом расстояние становится несколько меньше 1,3 м. мили. Это означает, что продолжительность ТА примерно соответствует времени, в течение которого ЛА, имеющее наибольшую скорость, пролетает расстояние от точки, находящейся в 1,3 м. мили позади ЛА, имеющего меньшую скорость, до точки, находящейся в 1,3 м. мили впереди его (т.е. 2,6 м. мили). При относительной скорости 20 уз это занимает 468 с, что равняется примерно 8 мин.

Выполнение маневра с боковым смещением траектории для прекращения действия продолжительной ТА или RA либо в целях предотвращения их срабатывания не является утвержденной процедурой для TCAS II.

### ***Определение опасного ЛА***

Если в процессе проверки по дальности и высоте, осуществляемой по каждому конфликтующему ЛА, выполняется  $\tau$ -критерий для RA, связанный с текущим значением SL, или

время выхода на одну и ту же высоту меньше заданного, то конфликтующий ЛА представляется как опасный ЛА. В зависимости от геометрии защищаемого объема или длины траектории сопровождения, рекомендация RA может быть задержана или не выдана вовсе. Рекомендация RA не может быть выдан по конфликтующему ЛА, не сообщаящему свою высоту.

### ***Выбор рекомендации RA***

Когда опасный ЛА определен, используется двухшаговая процедура выбора рекомендации RA. Первым шагом является выбор направления (вверх или вниз) маневра. Базируясь на траекториях по дальности и высоте, программа логических операций моделирует траекторию конфликтующего ЛА до CPA. На рис. 7 показаны возможные траектории собственного ЛА, поднимающегося или снижающегося со скоростью 457 м/мин, обеспечивающие предотвращение столкновения. Программа рассчитывает вертикальное расхождение ЛА для обоих вариантов траекторий и, в случае, представленном на рис. 7а, выбирает направление “вниз”, так как оно обеспечивает большее вертикальное расхождение.

В тех случаях, когда высота (маршрут) собственного ЛА пересекается опасным ЛА, или когда собственный ЛА предполагает сделать то же самое относительно трассы опасного ЛА, программа будет выбирать направление траектории избегания столкновения, которая обеспечит необходимую величину вертикального расхождения в CPA. Требуемая величина расхождения, обозначаемая ALIM, меняется от 120 м до 225 м относительно высоты опасного ЛА. На рис. 7б приведен пример такого маневра. Если ALIM не может быть обеспечена, выдается рекомендация RA с пересечением траектории опасного ЛА.

Следующим шагом в выборе рекомендации RA является выбор интенсивности рекомендуемого маневра. Интенсивность маневра постоянно корректируется, если в этом есть необходимость, в течение всего процесса расхождения.

Если после выдачи сигнала RA, окажется, что опасный ЛА маневрирует по вертикали так, что противодействует рекомендации RA, и опасный ЛА не оснащен TCAS, собственный ЛА получит рекомендацию или увеличить интенсивность маневра, или изменить его направление. Примеры выполнения маневра с увеличением вертикальной скорости и изменения его направления по сигналам RA приведены на рис. 8а и 8б соответственно. По отношению к опасному ВС, оборудованному TCAS II, разрешается только корректирующий маневр “увеличить вертикальную скорость”, так как рекомендация RA “изменить направление” в этом случае запрещена.

В случае ограничения характеристик ЛА по набору высоты на больших высотах или в режиме посадки, программа логики ПС запрещает выдачу рекомендаций RA “набор высоты” или “увеличить вертикальную скорость”. Эти ограничения вводятся в программу от бортовых датчиков и используются ей для выбора альтернативных RA. Система TCAS способна предотвратить столкновение ЛА в условиях, когда ему угрожает несколько ЛА, несколькими способами:

- во-первых, попытаться разрешить конфликт с помощью одной рекомендации RA, которая обеспечит безопасное расхождение с каждым из конфликтующих ЛА;
- во-вторых, выбором такой рекомендации RA, которая удовлетворяет одновременно ограничениям по набору высоты и снижению. Экстремальным случаем является рекомендация по поддержанию текущей высоты.

Следует отметить, что все RA с рекомендациями “увеличить снижение” на высотах ниже 442 м (1450 футов) над средним уровнем земли (AGL) - запрещены и все RA с рекомендациями “снижаться” на высотах ниже 305 м (1000 футов) так же запрещены, так что профиль полета не будет опускаться ниже высоты стандартной глиссады. Кроме того, запрещены все сигналы RA ниже 152 м (500 футов) относительно AGL.

После прохождения CPA, когда расстояние между ЛА начинает возрастать, RA снимается и пилот возвращает ЛА к первоначальной высоте или предписанной ему вертикальной скорости (в наборе или снижении).

## **Координация маневров между конфликтующими ЛА, оборудованными аппаратурой TCAS**

В этом случае каждое ЛА передает запросы по каналу режима S другому с целью обеспечения выбора каждым из них взаимосогласованных RA. Координирующие запросы передаются в том же самом диапазоне (1030/1090 МГц), что и запросы обзора и передаются один раз в секунду каждым из ЛА в течение всего времени действия их RA. Координационные запросы содержат информацию о своем намерении по вертикальному маневру или “намерение” по отношению к угрожающему ЛА. Эта информация выражается в форме дополнения, т.е., если один ЛА выбрал маневр “направление - вверх” он сообщает об этом в своем координационном запросе угрожающему ЛА, запрещая угрожающему ЛА выработку рекомендации RA “направление - вниз”. Действительное стремление другого ЛА выбрать RA “направление - вниз” будет зависеть от геометрии ситуации.

Основным правилом выбора направления маневра при конфликте двух ЛА, оборудованных аппаратурой TCAS, является то, что до выбора направления маневра каждый ЛА с TCAS должен проверить наблюдает ли его конфликтующий ЛА. Если сообщение о наблюдении от угрожающего ЛА поступило, то аппаратура TCAS собственного ЛА выбирает противоположное направление маневра. Если информация не поступила, то выбирается направление маневра, базирующееся на геометрии сближения (так как это делается в том случае, когда опасный ЛА не оборудован аппаратурой TCAS). В подавляющем большинстве случаев, два ЛА, оборудованных TCAS, обнаруживают друг друга как угрожающий ЛА в чуть разные моменты времени.

Может случиться так, что оба конфликтующих ЛА признали друг друга угрожающими в один и тот же момент времени и соответственно выбрали RA независимо друг от друга, базируясь лишь на геометрии сближения. В этом случае появляется вероятность того, что они выберут одно и то же направление маневра. Если это происходит, то ЛА с более высоким адресом режима S определяет несовместимость маневров и изменяет свое направление на противоположное. Существенно то, что это реверсирование направления должно быть невидимо для пилота. Поэтому индикация RA при некоторых условиях задерживается. Например, если ЛА с более высоким адресом режима S выбирает направление маневра без знания намерения опасного ЛА, т.е. если есть вероятность того, что ЛА с более высоким адресом режима S будет вынужден изменить направление выбранного маневра, то он (ЛА с более высоким адресом) задерживает на 3 секунды индикацию своего RA пилоту, ожидая приема информации о намерении опасного ЛА.

Если принято сообщение с несовместимым направлением ЛА с большим адресом в течение 3 с, реверсирование своего ЛА будет произведено до выдачи его пилоту. Если прием произойдет после 3-х секундного интервала, вследствие временной неисправности канала режима S, пилот увидит изменение индицированного RA. Такое событие происходит чрезвычайно редко.

## **Разведение конфликтных ситуаций автопилотом**

Компания Airbus исследует возможность работы системы TCAS (collision avoidance system) без участия экипажа. Разведение конфликтных ситуаций будет выполняться автопилотом. Исследуется возможность автоматизировать маневр согласно рекомендациям RA, полученным от TCAS. Работа такой системы уже демонстрируется потенциальным покупателям, хотя она еще не была испытана в полете. При этом отмечается, что в случае ручного управления, новая система не будет вмешиваться в процесс разведения столкновения. Компания продолжает исследования и видит перспективы использования СПС. Однако пока нет никакой информации о том, когда система будет устанавливаться на новые самолеты типа A350 и др., которые должны поступить покупателям в 2010 году. Кроме того, компания Ноги занимается разработкой системы автоматического избежания столкновений с землей, которая будет использовать данные, поступающие от приборов Honeywell [6] Аналогичные исследования проводятся в ГосНИИ «Аэронавигация».

Рассмотрим некоторые частные примеры выполнения рекомендаций TA и RA автопилотом.

На основе теории, изложенной в разделе 4, предложены методы развода конфликтных ситуаций в воздушном пространстве RVSM с помощью автопилота.



После того, как определен опасный ЛА, выбирается ЛА, который должен выполнять маневр. Базируясь на измеренных относительных дальности и высоты, программа логических операций моделирует траектории конфликтующих ЛА до СРА в обратном времени. Определяется программа управления, исходя из максимума гамильтониана и минимума функционала качества (времени или пути маневрирования). По измерениям относительного расстояния между ЛА на каждом шаге (кванте) реального времени автопилотом выполняется оптимальная траектория разведения конфликта.

На сценариях рис. 9а и рис. 9б показаны возможные оптимальные траектории собственного ЛА, поднимающегося или снижающегося со скоростью 7,62 м/с, обеспечивающие предотвращение столкновения. Программа рассчитывает вертикальное расхождение ЛА для обоих вариантов траекторий и, в случае, представленном на рис. 9а, выбирает направление «вверх». Направление «вниз» запрещено, так как собственный ЛА входит в защищенную зону, несмотря на то, что оно обеспечивает большее вертикальное расхождение (срав. с рис. 7а, рис. 8а). На рис. 9б показана оптимальная траектория с направлением движения «вниз». Направление «вверх» не удовлетворяет оптимальному разведению (срав. с рис. 7б, рис. 8б).

В заключение можно сказать, что на основе изучения опыта эксплуатации компьютерной логики, обеспечивающей TCAS, ведутся работы по усовершенствованию как процессов автоматизации разведения конфликтов, так и отображения воздушной обстановки на дисплеи в кабине пилотов, который будет включен в следующее поколение УВД. Включение автопилота в СПС и этот дисплей предусматриваются для того, чтобы предоставить пилотам возможность активно участвовать в управлении своим эшелонированием. Идея заключается в том, что это оборудование могло бы эффективно использоваться пилотами и чтобы переложить на них часть ответственности за эшелонирование. Тогда большее количество самолетов можно было бы обслужить, как при полетах по ППП, так и по ПВП. Это освободит диспетчеров и позволит им уделять больше времени глобальным проблемам, например, управлению потоком, а не погружаться в задачи управления, такие как разрешение конфликтных ситуаций.

Следует также кратко отметить, что исследуются некоторые технологии, использования TCAS в режиме свободного полета (Free Flight). Изучаются методы того, как пилот должен реагировать на консультативные сообщения о воздушной обстановке - ТА (Traffic Advisory), и на консультативные решения по устранению конфликтной ситуации - RA (Resolution Advisory). Вкратце это выглядит так: "смотреть, решать, управлять". Может на практике все будет так же просто?

### Литература

1. Руководство по требуемым навигационным характеристикам (RNP). Изд. Второе. Doc 9613 – AN/937, 1999.
2. Руководство по применению минимума вертикального эшелонирования в 300 м (1000 фут) между ЭП 290 и ЭП 410 включительно. Изд. второе, Doc 9574 – AN/934, 2002.
3. Авиационная электросвязь. Приложение 10 том IV (системы обзорной радиолокации и предупреждения столкновений). Изд. третье тома IV. – ИКАО, июль 2002.
4. Федеральные правила использования воздушного пространства Российской Федерации. – М.: Военное издательство, 1999.
5. Программа ЕВРОКОНТРОЛЯ по БСПС - Проект «АСТОР». Вопросник по применению БСПС II в условиях европейского воздушного пространства. Издание 1.0. АСТОР/wp2/QUIZ/D 03-08-2001г.
6. <http://www.fHghtglobal.com/Articles/2006/03/21/Navigation/177/205580/Airbus+studies+emerg>
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов.- М.: Издание третье, издательство «Наука», главная редакция физико-математической литературы. - М., 1976.
8. Беллман Р. Динамическое программирование. - М ИЛ, 1960.
9. Тарасов В.Г. Межсамолетная навигация. - М.:»Машиностроение», 1980.

10. *Марьин Н.П.* Оценка уровня безопасности полетов (TLS) в процессе внедрения требуемых навигационных характеристик (RNP) и минимума вертикального эшелонирования (VSM). - М.: Проблемы безопасности полетов, № 9 2005.
11. *Марьин Н.П.* Оптимальное управление ЛА в зоне пересечения трасс при установленном уровне безопасности воздушного движения - М.: Научный вестник ГосНИИ «Аэронавигация», № 6 2006.
12. *Марьин Н.П.* Оптимальное управление полетом летательного аппарата при сохранении (соблюдении) уровня безопасности. М.: Проблемы безопасности полетов, № 7 2006.
13. *Сейдж Э.П., Уайт, III Ч.С.* Оптимальное управление системами. Перевод с англ. под ред. Б.Р. Левина. М., «Радио и связь», 1982.
14. Методика определения минимумов эшелонирования, применяемых для разделения параллельных линий пути в структурах маршрутов ОВД. Циркуляр 120-АН/89/2.
15. *Сю Д., Мейер А.* Современная теория автоматического управления и ее применение. - М.: «Машиностроение», 1972
16. *Анодина Т.Г., Володин С.В., Куранов В.П., Мокшанов В.И.* Управление воздушным движением. М., «Транспорт», 1988.
17. *Казаков И.Е.* Статистическая динамика систем с переменной структурой. М., «Наука», 1977
18. *Красовский А.А.* Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем. - М., «Наука», 1974.
19. *Соловьев Ю.А.* Системы спутниковые системы. ЭКО-ТРЕНДЗ, 2000.
20. *Фельдбаум А.А.* Основы теории оптимальных систем. - М.: «Наука», 1970.
21. *Жулев В.И., Иванов В.С.* Безопасность полетов летательных аппаратов. Москва, «Транспорт», 1986.
22. *Воробьев В.Г., Зубков Б.В., Уриновский Б.Д.* Технические средства и методы обеспечения безопасности полетов. Москва, «Транспорт», 1989.
23. *Г. Корн и Т. Корн.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., издат. «Наука», 1977.
24. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. М., Наука. 1986.