УДК 007.629.735

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ВЗАИМОСВЯЗИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРИРОСТА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОЛЕТА С ДИАПАЗОНОМ ПОЛИФАКТОРНОСТИ

к.т.н. *Аль-Аммори Али,* НТУ, Киев, Украина

Впервые в теории безопасности полетов и общей теории эффективности рассматривается взаимосвязь показателей эффективности полета с диапазоном полифакторности.

За последние 30 лет теория системной эффективности полетов, как важнейший раздел исследования операций, не получила нужного развития по таким разделам, как теория эффективности автоматизированных электронных комплексов, автоматизированных систем управления ВС, производством автоматизированных линий и комплексов, групп машин и т.д. Поэтому математическое обоснование такой взаимосвязи с точки зрения процессного подхода проводится впервые.

Под диапазоном полифакторности понимается диапазон факторных изменений в полипараметрической структуре координат полета при воздействии одиночных факторов или групп факторов, независимо от знаков их воздействия (положительного или отрицательного) [1].

Можно разделить диапазон факторных изменений на полный и полипараметрический.

Полный диапазон полифакторности – это диапазон факторных изменений до появления первого качественного изменения в состоянии системы.

Полипараметрический диапазон – это диапазон влияния совокупности параметров, которые можно учитывать по формуле среднего квадратического отклонения:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots + \sigma_n^2},$$

где $1, 2, \ldots, n$ - параметры.

Рассмотрим преимущества центральной модели взаимосвязи изменений (приращений) эффективности $\Delta Э$ и диапазона факторных влияний и изменений: $\Delta Э \in \Delta F$ или:

$$\Delta Э = A \cdot e^{\Delta F}$$

Факторный анализ является одним из главных методов учета влияния факторов на эффективность функционирования информационно-управляющих систем управления (ИАСУ), но он имеет ряд недостатков. Для выявления этих недостатков произведем сравнение предложенных подходов с существующими вероятностно-статистическими факторными подходами. В таблице 1 показано сравнение предложенных подходов с функцией отклика факторного анализа [2, 3, 4, 5, 6]. Сравнивая данные в таблице 1, мы видим, что фактически функция отклика факторного анализа не может быть использована для анализа взаимосвязи изменений эффективности полета как факторных влияний, так как носит аддитивную форму и упрощенно трактует факторные связи.

Таблица 1

Сравнение предложенных подходов с существующими вероятностно-статистическими факторными подходами

существующие методы	предлагаемые методы
Методы факторного анализа	Методы учета полифакторности
однофакторная модель	

$Z_1 = a_1F_1 + d_1U_1$	$\Delta Э_1 = A_1 \cdot e^{\Delta F_1}$
двухфакторная модель	
$Z_2 = a_1F_1 + a_2F_2 + d_1U_1 + d_2U_2$	$\Delta Э_2 = A_2 \cdot e^{\Delta F_2}$
многофакторная модель	
$z_{ji} = \sum_{k=1}^{r} a_{jk}F_{ki} + d_jU_{ji}$	$\Delta Э_n = A_n \cdot e^{\Delta F_n}$

Безусловно, при изолированном воздействии одиночных или групповых факторов (МГУА – метод группового учета аргументов) [7] этот метод факторно ограничен. Можно использовать функцию отклика, но только для оценки внешнего действия факторов без аналитической оценки уровня эффективности.

Следующим недостатком факторной модели Zji является невозможность построения по ней статистических или вероятностных законов распределения ΔF или $\Delta Э$ из-за отсутствия в формуле факторного отклика закона взаимосвязи. Следует признать, что аддитивная взаимосвязь функции с факторами или факторов между собой не может быть интерпретирована как взаимосвязь эффективная или результативная.

Исходя из этих соображений, использовать функцию отклика для модели $\Delta Э = f(\Delta F)$ нельзя. Кроме того, функция может быть моделью только факторной цепи, но не факторной накладки типа задачи учета большого количества факторов (ЗУБКФ) [8].

Рассмотрим соотношение вероятностных методов в центральной модели взаимосвязи показателя эффективности и диапазона факторных изменений.

Преимуществом статистических и вероятностных подходов является возможность представления модели взаимосвязи в форме статистического или вероятностного закона. Это, как видно из таблиц 2 и 3, обеспечивается экспоненциальной связью, которая характерна для всех законов распределения, как непрерывных (нормального гауссовского, Вейбулла, экспоненциального, логарифмически-нормального и т.д.), так и дискретных (биноминального, Пуассона, Полиа и т.д.) [9,10].

Таблица 2

Энтропия дискретных вероятностных мер

Наименование распределения	Формула распределения	Энтропия распределения
Биноминальное	$p_{n(k)} = p_{n(x=k)} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ C_n^k p^k q^{n-k} & 0 \le x \le n \\ 0 & x > n \end{cases}$	$S_{(x)} = n[p \log p + q \log q] - \sum_{k=1}^{n-1} C_n^k p^k q^{n-k} \log C_n^k$
Пуассона	$p_{n(k)} = p_{n(x=k)} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{\lambda^n}{k!} e^{-\lambda} & x \ge 0 \end{cases}$	$S(x) = \lambda \log \frac{e}{\lambda} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \log(k!)$
Равномерный	$p_{n(k)} = p_{n(x=k)} = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{1}{n} & 1 \le x \le n \end{cases}$	$S(x) = \log n$

Полиа (Пойа)	$p_{n(k)} = p_{n(x=k)} = \begin{cases} 0 & x<0 \\ P_0\left(\frac{\lambda}{1+\alpha\lambda}\right) \times \\ \times \frac{1\cdot(1+\alpha)..[1+(k-1)\alpha]}{k!} & x>0 \end{cases}$	$S(x) = -\lambda \log\lambda + \frac{1+\alpha\lambda}{\alpha}\log(1+\alpha\lambda) - \sum_{k=1}^{\infty} p_0\left(\frac{\lambda}{1+\alpha\lambda}\right)^k \times \frac{1\cdot(1+\alpha)..[1+(k-1)\alpha]}{k!} \times \log\frac{1\cdot(1+\alpha)..[1+(k-1)\alpha]}{k!}$

Таблица 3

Энтропия непрерывных вероятностных мер

Наименование распределения	Формула Распределения	Энтропия распределения
Нормальный	$\frac{1}{6\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}$	$ln[\sigma\sqrt{2\pi e}]$
Вейбулла	$\frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}$	$1 + ln\frac{ae^{(\frac{b-1}{b})\gamma}}{b}$
Экспоненциальный	$\lambda e^{-\lambda t}$	$ln\frac{e}{\lambda}$
Логарифмически нормальный	$f(ln\,t) = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(ln\,t-\overline{ln\,t})^2}{2\Delta^2}}$	$\overline{ln\,t} + ln[\Delta\sqrt{2\pi e}]$

Анализируя данные таблиц 2 и 3, можно сделать вывод, что действительно экспоненциальная связь внутри вероятностных законов, в сущности, является универсальной связью, которая фактически справедлива для всех законов. Поэтому модель $\Delta Э = Ae^{\Delta F}$ следует считать центральной.

Теории А.Я. Хинчина и Б.И. Григелиониса также подтверждают, что любой поток событий починяется экспоненциальному закону. Поэтому для построения центральной модели взаимосвязи показателя эффективности с диапазоном факторных изменений необходимо сохранить экспоненциальную связь.

Этим обеспечивается универсальность центральной модели $\Delta Э = f(\Delta F)$ и ее независимость от видов закона распределения. На практике такая модель не зависит от масштаба выборки, поэтому может применяться при малых и больших выборках с использованием обычных равномерных или логарифмических масштабов.

Таблица 4

Вероятностно-статистические методы

существующие методы	предлагаемые методы
однофакторные	
$\varphi(x_1 x_0 \delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\delta} e^{-\frac{(x-x_0)}{2\delta^2}}$ δ - квадратичное отклонение, x_0 - математическое ожидание	$\Delta Э_1 = A_1 \cdot e^{\Delta F_1}$
двухфакторные	
$\varphi(u,v) =$ $= \frac{1}{2\pi\,\delta_u \delta_v \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\left(\frac{u-u_0}{\delta u}\right)\right]^2}$ δ_u, δ_v – средние квадратичные отношения факторов $u_1 v$	$\Delta Э_2 = A_2 \cdot e^{\Delta F_2}$
трехфакторные	
$\varphi(x,y,z) =$ $= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\delta_{x,}\delta_{y'}\delta_z} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\delta_x^2}+\frac{y^2}{\delta_y^2}+\frac{z^2}{\delta_z^2}\right)}$	$\Delta Э_3 = A_3 \cdot e^{\Delta F_3}$
многофакторные	
$\varphi(x_1, x_2, ..., x_n =$ $= \frac{\sqrt{\lvert e \rvert}}{(2\pi)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}(x_i - m_{x_i})(x_i - m_{x_j})}$ $\lvert c \rvert$ - определитель матрицы $c; c = \lvert\lvert c_{ij} \rvert\rvert$ матрица обратная корреляционной матрицы k $k = \lvert\lvert k_{ij} \rvert\rvert$, $c_{ij} = (-1)^{i+j}\frac{M_{ij}}{\lvert k \rvert}$	$\Delta Э_n = A_n \cdot e^{\Delta F_n}$, где $\Delta F_1, \Delta F_2 ... \Delta F_n$ – диапазоны факторных изменений при воздействии одного, двух, , n факторов

С другой стороны, как видно из таблицы 4, вероятностные подходы обладают основным недостатком: как функции взаимосвязи они имеют резко усложняющую форму показателя экспоненты при увеличении многомерности. Поэтому при введении диапазона полифакторности, когда число взаимодействующих факторов должно быть различно, необходимо видоизменить форму показателя экспоненты и свести его к вариационной форме, независимо от числа взаимодействующих факторов.

Это дает возможность выделить полифакторности и провести классификацию по видам управления: нормальные, факторные, опасные.

Рассмотрим существующие алгебраические методы и сравним их с центральной моделью. В таблицах 5, 6 приведены данные сравнения алгебраических методов [12] и центральной модели взаимосвязи $\Delta Э = f(\Delta F)$.

Таблица 5

Сравнение алгебраических методов и центральной модели взаимосвязи

Полет как производственный процесс	Существующие подходы		Предлагаемые подходы $\Delta Э_n = A \cdot e^{\Delta F_{\pm}}$
Полет как полифакторный процесс	_____		Концепция полифакторности - ЗУБКФ
Множество факторов и их учет	Полет - негативный фактор		- Негативные и позитивные факторы: ΔF_{-} и ΔF_{+} - взаимодействие "+ и -" факторов.
Критерии оценки	$min\,max$ критерии по функции отклика		Факторная форма показателя эффективности
Классификация критерии	Моно или полипараметры (Одно, двух, трех и более)		Законы экспоненциальных связей показателя эффективности и функции отклика
Формулы показателей	одно	$X_i \to T$	Можно применить при любом количестве "+ и -" факторов. Т.к. факторные изменения ΔF приводит соответственно к $\Delta Э_n$. При ΔF полный $\Delta Э_n$ большой. При ΔF ограниченный $\Delta Э_n$ меньше.
	двух	$X = X_i \times X_j$	
	трех	$X = X_i \times X_j$	
	$n > 3$	Применить из-за большого объема вычисления затруднительно	

Таблица 6

Сравнение существующих и предлагаемых подходов

Существующие подходы	предлагаемые подходы
концепции	
Концепции негативных воздействий множество факторов $X = \prod_{i=1}^{n} X_i$	ЗУБКФ
Показатели и критерии	
Однопараметрические (однофакторные)	
$f : X_i \to T$ $f(x_i) = \{f(x_i) : x_i \in X_i\}$	ΔF_{1-} и ΔF_{1+}
Двухфакторные	

$X = X_i \times X_j$ $X = X_1 \times X_2 = \{X\} =$ $= \{(x_1, x_2) : x_1 \in X_1 \wedge x_2 \in X_2\}$	ΔF_{2-} *и* ΔF_{2+}
Трехфакторные	
$X = X_1 \times X_2 \times X_3$ $X = \{X\} =$ $= \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 \in X_1 \wedge x_2 \in X_2 \wedge x_3 \in X_3\}$	ΔF_{3-} *и* ΔF_{3+}
$n-$ факторные	
При переходе от $n = 1$ до $n = 3$ модели разнотипные	$\Delta Э_n = A \cdot e^{\Delta F_{\pm}}$, где $n = 1,2,3,...i...\infty$ При учете человеческого фактора нужно учитывать до 1500 факторов. Поэтому предложенная модель универсальна и работает при любом количестве взаимодействующих факторов $n \to \infty$

Основной недостаток существующих алгебраических методов состоит в том, что при росте полифакторности $(n \to \infty)$ возникают значительные трудности в вычислении при 3 действующих факторах, а другие алгебраические методы, например, метод группового учета аргументов (МГУА) [7], хотя и снимают проблему многомерности, но обладают таким же недостатком, как классическая функция при построении моделей взаимосвязи показателя эффективности и диапазона факторных изменений.

Математически это можно выразить следующим образом:

1. общая модель:

$$Э_n = e^{\sum_{i=1}^{n} F}$$

$$Э_n = e^{(-\Delta F \div +\Delta F)}$$

2. при одновременном действии $\Delta F_-, \Delta F_+$ (состояние противодействий):

$$\Delta Э_n = \Delta Э_{n+} \pm \Delta Э_{n-}$$

3. при одновременном действии $\Delta F_-, \Delta F_+$ (состояние взаимодействий):

$$\Delta Э = A e^{-\Delta F \div +\Delta F}$$

Поэтому нецелесообразно применять алгебраические методы при построении функции $\Delta Э = f(\Delta F)$.

В обобщенной модели учета полифакторности предлагается обобщать эти методы в общую форму, которая учитывала бы вероятностные, алгебраические и факторные методы в виде:

$$\Delta Э_n = A \cdot e^{\sum \Delta F_i},$$

где $F_i = a_{ik} f_{i1} + \ldots + a_{mk} f_{im} + \xi_{1k}$,

$A = \dfrac{\sqrt{c}}{\left(2\pi\right)^{n/2}};$ - коэффициент многомерного нормального распределения.

Как известно, эффективность - это результативность полезной работы человека. Для количественной оценки эффективности могут служить ее показатели, например, интегральная меры эффективности [11]:

$$Э = f\left(X,Y\right),$$

где $X = \left(x_1,\cdots x_n\right)$ - вектор измеряемых параметров (переменных) системы, с помощью которых можно влиять на значение показателей;

$Y = (y_1,\cdots y_m)$ - вектор влияющих на значения показателей, но неизменных параметров системы.

Проблема эффективности (результативности) с самого начала сопровождает практически любую научно-техническую проблему. Повышение уровня эффективности является постоянным предметом поиска новых перспективных методов анализа.

Обобщенным методом анализа влияния диапазона полифакторности на показатели эффективности процесса полета может быть информационно-факторный анализ (ИФА) [2, 3, 4]:

$$\Delta E_{ифа} = -\sum_{i=1}^{n} \Delta E_n log \sum_{i=1}^{n} \Delta E_n$$

Такая обобщенная модель ИФА дает возможность не применять другие методы, поскольку она может трансформироваться в любую другую модель из перечисленных выше.

Выводы

1. При учете полифакторности процессов необходимо учитывать положительные (позитивные) и отрицательные (негативные) воздействия факторов ΔF_+ и ΔF_-. Поэтому при взаимодействии ΔF_+ и ΔF_- появляется необходимость учета увеличения или уменьшения $\Delta Э$.

2. Процессный подход позволяет учитывать определенное или неопределенное применение факторных функций, так как одновременный учет положительных и отрицательных изменений в системной безопасности и эффективности полетов замалчивается или просто отрицательный.

Литература

1. Аль-Аммори Али, Дагман Я. Пути научного обоснования и реализации подхода ИКАО к проблеме безопасности полетов // Проблемы безопасности полетов. - Москва: ВИНИТИ. - 2000. - № 6. - С. 3 - 13.
2. Аль-Аммори Али. Информационно-факторный способ распознавания опасных полетных ситуаций/ Институт кибернетики им. В.М.Глушкова. - Киев, 1997. – 53 с.
3. Аль-Аммори Али. Предпосылки развития информационно-факторного анализа при эксплуатации новой техники // Средства управления охраной труда и окружающей среды на предприятиях ГА. - Киев: КИИГА, 1991. - С. 21-27.
4. Аль-Аммори Али. Информационно-факторный анализ как стратегический принцип борьбы с пожарами силовой установки ВС// Проблемы безопасности полетов. - Москва: ВИНИТИ. - 1997. - № 4. – С. 21-31.
5. Факторный анализ с обобщениями: Пер. с чешск. - М.: Финансы и статистика, 1989. - 248 с.
6. Лоули Д., Максвелл А. Факторный анализ как статистический метод. - М.: Мир, 1967. - 144 с.

7. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. - К.: Техніка, 1975. - 312 с.
8. Хохлов Е.М. Решение задачи учета большого количества взаимодействующих факторов кольцевым анализом при противодействии авиаспециалистов факторным нагрузкам // Эргономические проблемы профессионального отбора подготовки и адаптации на производстве авиационных специалистов. - Киев: КИИГА. - 1985. - С. 80-90.
9. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятности и ее инженерные приложения. - М.: Наука, 1988. - 480 с.
10. Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информации. – М.: Наука, 1973. – 512 с.
11. Гличев А.В. Экономическая эффективность систем. - М.: Экономика, 1971, - 207 с.
12. Ревук А.Г. Комплексная система управления охраной труда предприятия гражданской авиации: Учебное пособие. - Киев: КИИГА, 1991. - 96 с.