

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ОДНОВРЕМЕННЫХ ОТКАЗОВ

д. т. н. проф. В. Е. Овчаров
(Межгосударственный авиационный комитет)

В статье рассматривается метод определения вероятности многократных отказов технических систем воздушного судна, неустранимых в полете. Отказы интерпретируются как единичные импульсы на шкале времени полета, вероятность и время появления которых определяется характеристиками надежности технических систем. На основе теории совпадения импульсов случайных импульсных потоков дается алгоритм подсчета вероятности особой ситуации, состоящей в одновременных отказах нескольких функциональных систем, влекущих за собой особую ситуацию в полете.

В процессе эксплуатации имеется возможность оценивать реальную вероятность отказоопасной ситуации по реальным случаям авиационных происшествий и инцидентов. Эта возможность состоит в анализе надежности техники по своевременным донесениям о выявленных отказах. Однако, в связи с известными переменами в общественной жизни, этот путь стал недостаточно надежным и информативным, хотя и в период стабильности он имел хронические системные недостатки. Поэтому основную роль в априорной оценке отказобезопасности играли и играют расчеты, построенные на табулированных так называемых λ -характеристиках. Системный анализ отказобезопасности позволяет выявить такое сочетание отказов систем (подсистем), которое может стать фатальным. Это означает, что при наличии n подсистем некоторого сочетания m_r ($r=r_1, r_2, \dots, r_m$) отказов опасно. Тогда возникает естественный вопрос: какова вероятность опасного сочетания таких отказов. При этом мы будем считать, что интенсивность этих отказов известна и определяется значением их λ -характеристик. Это означает, что вероятность отказа i -той подсистемы определяется графиками следующего вида (рис. 1).

Пусть нам известна плотность потока отказов i -той системы λ_i . Тогда, как известно, распределение времени безотказной работы (q_i) и времени ожидаемого отказа (p) являются экспоненциальными, что показано на графиках рис. 1. С выбранной (назначенной) вероятностью β отказ может произойти в интервале $\{\tau_{imin}; \tau_{iMax}\}$, то есть, не ранее, чем τ_{imin} , и не позже, чем τ_{iMax} , что показано на рис. 1. Тогда естественно возникает вопрос о подсчете вероятности совпадения по времени некоторого сочетания отказов, которое может стать фатальным.

Для подсчета такой вероятности мы будем интерпретировать возникновение отказа любой (i -той) системы как появление на оси текущего времени некоторого единичного импульса в случайный момент времени $\tau_{imin} < \xi_i < \tau_{iMax}$ и сохраняющегося до окончания полета при $t=T$ (рис. 2).

Тогда понятно, что если в полете последовательно возникает r ($i=1, 2, \dots, r$) отказов, не устранимых в полете, то существует некоторая временная зона $\tau_{imin} < \xi_i < \tau_{iMax}$, ($i=1, 2, \dots, r$) когда все эти отказы наличествуют одновременно.

Значения моментов времени ξ_i суть случайные величины. Об их распределении мы можем судить, пользуясь теорией случайных импульсных потоков [1].

Пусть последний отказ i -того устройства произошел в момент времени t_{oi} . Тогда к моменту отказа в исследуемом полете с момента взлета прошло время:

$$t_i = t_{\Sigma i}, \quad (1)$$

где: $t_{\Sigma i}$ – суммарная наработка после последнего отказа.

Возникновение отказа рассматривается как появление единичного импульса. Определим продолжительность этого импульса. Введем обозначения. Пусть:

- θ_i - «пауза» [1], то есть отрезок времени до возникновения отказа i -той системы (рис. 2). Эта пауза имеет продолжительность от момента последнего отказа i -той системы до

очередного. При этом в предположении вылета при исправных системах эта величина включает в себя и отрезок времени $t_{\Sigma i}$.

- T - продолжительность полета, в котором произошел отказ. Тогда продолжительность действия отказа i -той системы (то есть, от возникновения отказа до окончания полета) будет равна $\tau_i = T - \theta_i$.

Обозначим также $T'_{\Sigma i} = T + t_{\Sigma i}$ суммарное время текущего полета и наработки после последнего отказа, то есть, продолжительность полета вместе с «предысторией».

Теперь определим, как распределено значение паузы $f(\theta_i)$ в указанном выше смысле, сделав предварительное замечание.

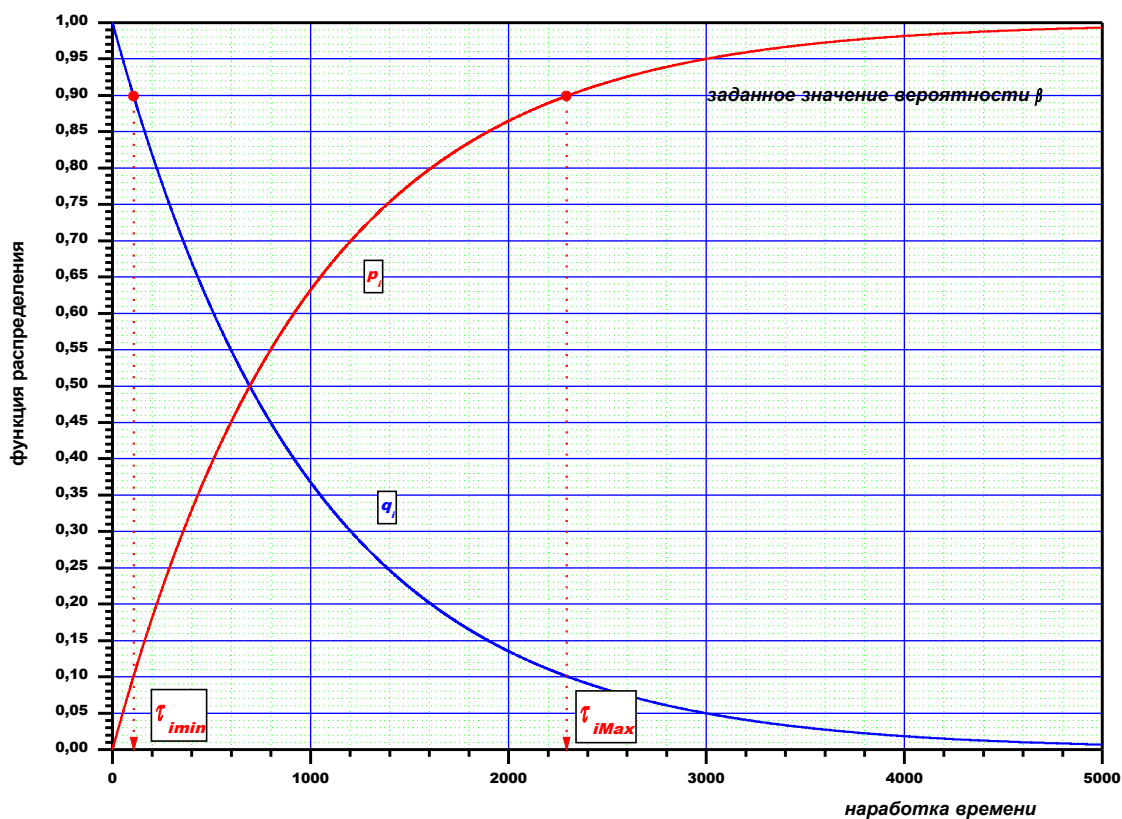


Рис.1 Распределение времени возникновения отказов (P_i) и времени безотказной работы (Q_i) i -той системы

Рис. 1. Распределение времени возникновения отказов (P_i) и времени безотказной работы (Q_i) i -той системы

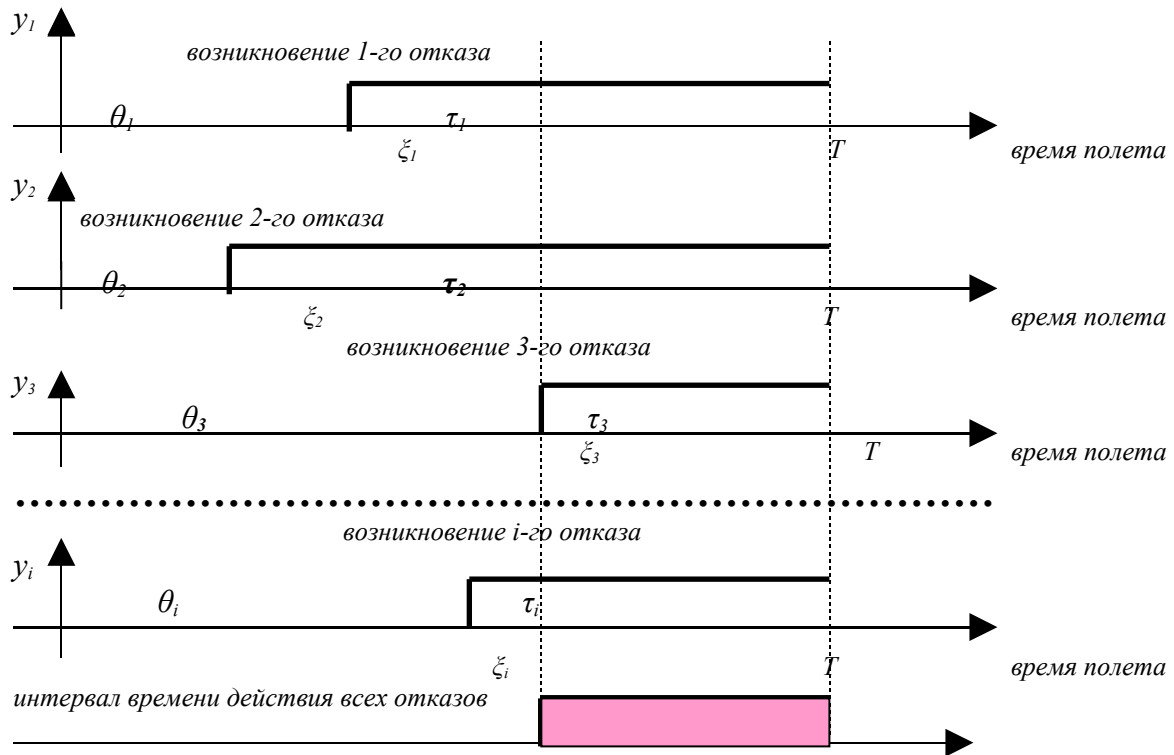


Рис. 2. Импульсная интерпретация отказов

Распределения, показанные на рис. 1, определены на полубесконечном интервале времени $\{0, \infty\}$. В то же время процесс полета заканчивается при $t=T$ и далее не существует. Тем самым асимптотическое продолжение функций распределения лишено смысла, и мы имеем дело с так называемым «процессом с поглощающей границей». Для плотности распределения таких процессов на границе существования (в нашем случае при $t=T$) плотность дополняется $\delta(t)$ -функцией, умноженной на величину, которая дает интегралу от плотности распределения значение единицы. Именно:

$$C_T \int_0^T f(\xi) d\xi = \int_0^{\infty} f(\xi) d\xi \quad (2)$$

С учетом распределения (рис. 1) и ограниченности интервала изменения переменной (рис. 3) мы имеем для длительности паузы:

$$f(\theta_i) = \frac{\lambda_i}{1 - e^{-\lambda_i T_i}} e^{-\lambda_i \theta_i} \quad (3)$$

Аналогично для распределения длительности «импульса» (после возникновения отказа) получаем:

$$f(\tau_i) = \frac{\lambda_i}{1 - e^{-\lambda_i T_i}} e^{-\lambda_i (T - \tau_i)} \quad (4)$$

Итак, для каждой системы (подсистемы) мы знаем плотность распределения потока отказов, то есть, (в нашей интерпретации) потока прямоугольных импульсов, совпадение по времени которых и частичное перекрытие которых мы ищем. Обратимся к разработанной теории [1].

Если обозначить через δ величину «перекрытия» совпадающих импульсов, то есть, длительность импульса совпадения, то, как известно [1], ее распределение определяется выражением:

$$P_{nk}(\delta) = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k}{\partial \zeta^k} \prod_{i=1}^n (Q_i(\delta) + \zeta P_i) | \zeta = 0 |, \quad (5)$$

где $P_{nk}(\delta)$ – распределение длительности перекрытия импульсов совпадения;
 $P_i(\delta)$ и $Q_i(\delta)$ – вспомогательные функции, вычисляемые по формулам (8).

$$Q_i(\delta) = \mu_i \int_{\delta}^{T'} dx \int_x^{T'} f(\vartheta) d\vartheta$$

$$P_i(\delta) = \mu_i \int_{\delta}^{T'} dx \int_x^{T'} f(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$\bar{\mu}_i = \frac{1}{\bar{\tau}_i + \bar{\vartheta}_i} = \frac{1}{T'_i}$$

Последнее выражение для частоты следования импульсов каждого потока очевидно: поскольку по условию отказ в полете не устраняется, то его частота обратно пропорциональна наблюдательному интервалу от момента последнего отказа до завершения полета.

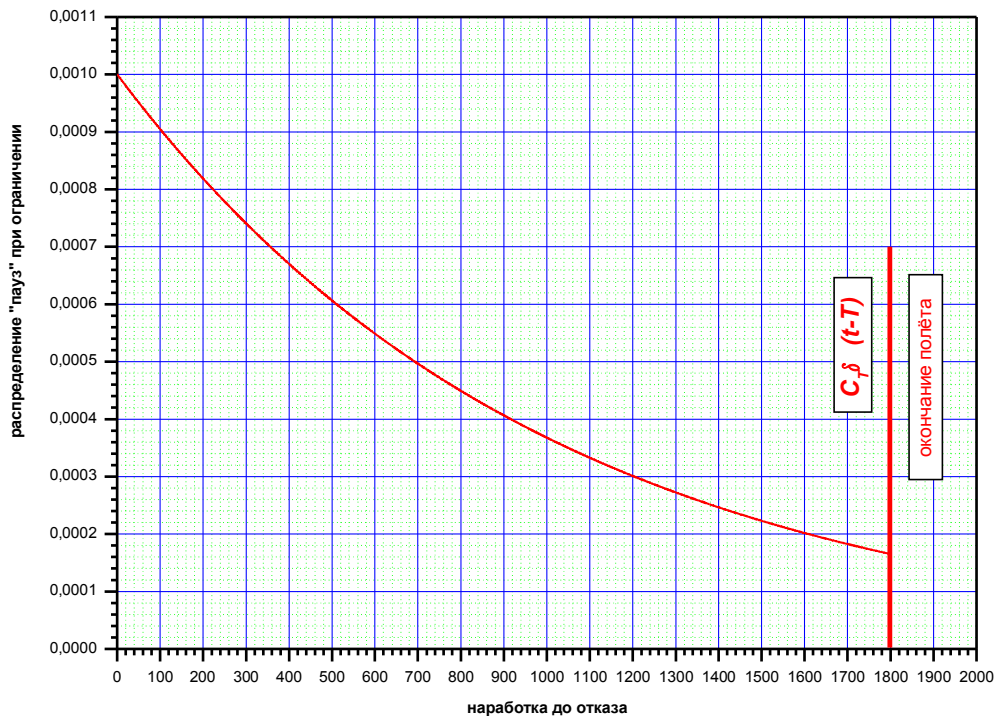


Рис.3 Плотность распределения длительности пауз при ограничении

Рис. 3. Плотность распределения длительности пауз при ограничении

В свою очередь последнее выражение в (8), обозначающее среднюю частоту следования импульсов i -того потока, определяется средними значениями продолжительности пауз и импульсов этого потока, которые, как легко понять, суть средние значения (математические ожидания), легко вычисляемые из (4) и (5):

$$\bar{\tau}_i = \int_0^{T'} f(\tau) d\tau = \frac{1}{\lambda_i(1 - e^{-\lambda_i T'})} [\lambda_i T' - 1 + e^{-\lambda_i T'}]$$

$$\bar{\vartheta}_i = \int_0^{T'} f(\vartheta) d\vartheta = \frac{1}{\lambda_i(1 - e^{-\lambda_i T'})} [1 - (1 + \lambda_i T') e^{-\lambda_i T'}]$$
(7)

Прямые вычисления по формулам (7) и (8), несложные, но громоздкие, позволяют определить входящие в эти формулы распределения. Имеем, опуская подробные выкладки, следующее:

$$P_i(\delta) = \frac{\lambda_i T'_i (1 - \frac{\delta}{T'_i}) - (1 - e^{-\lambda_i T'_i (1 - \frac{\delta}{T'_i})})}{\lambda_i T'_i (1 - e^{-\lambda_i T'_i})} \quad (8)$$

$$Q_i(\delta) = \frac{(e^{-\lambda_i \delta} - e^{-\lambda_i T'_i}) - \lambda_i T'_i e^{-\lambda_i T'_i} (1 - \frac{\delta}{T'_i})}{\lambda_i T'_i (1 - e^{-\lambda_i T'_i})}$$

Теперь можно вычислить распределение (5). В общем виде выражение P_{nk} не наглядно и не прозрачно. Поэтому имеет смысл выполнить это при некоторых конкретных значениях n и k . Пусть $n=3$, а $k=2$. Тогда:

$$P_{3,2}(\delta) = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \{ [Q_1(\delta) + \zeta P_1(\delta)] [Q_2(\delta) + \zeta P_2(\delta)] [Q_3(\delta) + \zeta P_3(\delta)] \} \Big|_{\zeta=0} =$$

$$= P_1(\delta) P_2(\delta) Q_3(\delta) + P_1(\delta) P_3(\delta) Q_2(\delta) + P_2(\delta) P_3(\delta) Q_1(\delta)$$

При $n=3$, $k=3$ имеем:

$$P_{3,3}(\delta) = P_1(\delta) P_2(\delta) P_3(\delta). \quad (10)$$

Частота совпадения k импульсов из n :

$$\bar{\mu}_{n,k}(\delta) = - \frac{d}{d\delta} P_{n,k}(\delta), \quad (11)$$

поэтому, дифференцируя (10) по δ , получим:

$$\mu_{3,3}(\delta) = - \left\{ \frac{dP_1(\delta)}{d\delta} P_2(\delta) P_3(\delta) + P_1 \frac{dP_2(\delta)}{d\delta} P_3(\delta) + P_1(\delta) P_2(\delta) \frac{dP_3(\delta)}{d\delta} \right\}. \quad (12)$$

Продолжим дальнейшие вычисления:

$$\frac{dP_i(\delta)}{d\delta} = - \frac{1 - e^{-\lambda_i (T'_i - \delta)}}{T'_i (1 - e^{-\lambda_i T'_i})}, \quad (13)$$

а заодно и

$$\frac{dQ_i(\delta)}{d\delta} = \frac{e^{-\lambda_i T'_i} - e^{-\lambda_i \delta}}{T'_i (1 - e^{-\lambda_i T'_i})}. \quad (14)$$

Продолжительность перекрытия δ несоизмерима с временем полета и, тем более с наработкой в эксплуатации $\delta \ll T$. Поэтому без большой ошибки можно считать, что:

$$\frac{dP_i(\delta)}{d\delta} = \frac{dQ_i(\delta)}{d\delta} = - \frac{1}{T'_i}, \quad (15)$$

и тогда:

$$\mu_{3,3} = + \prod_{i=1}^3 \frac{1}{T'_i} \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq j, i} P_k(\delta) P_j(\delta) = \prod_{i=1}^3 \frac{1}{T'_i} \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq j, i} P_k(0) P_j(0), \quad (16)$$

а величина $P_i(0)$ и $Q_i(0)$ из (9):

$$P_i(0) = \frac{\lambda_i T'_i - (1 - e^{-\lambda_i T'_i})}{\lambda_i T'_i (1 - e^{-\lambda_i T'_i})} = \frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T'_i}} - \frac{1}{\lambda_i T'_i}$$

$$Q_i(0) = \frac{(1 - e^{-\lambda_i T'_i}) - \lambda_i T'_i e^{-\lambda_i T'_i}}{\lambda_i T'_i (1 - e^{-\lambda_i T'_i})} = \frac{1}{\lambda_i T'_i} - \frac{e^{-\lambda_i T'_i}}{1 - e^{-\lambda_i T'_i}}$$

Вероятность совпадения по времени 3-х отказов (импульсов 3-х потоков) из (10) будет равна:

$$P_{3,3}(0) = P_1(0) P_2(0) P_3(0) = \prod_{i=1}^3 \left(\frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T'_i}} - \frac{1}{\lambda_i T'_i} \right). \quad (18)$$

В том частном случае, когда имеется в виду отказ 3-х одинаковых систем (например, двигателей), имеющих одинаковую наработку в эксплуатации (установлены одновременно новые двигатели), $\lambda_i = \lambda_0$, а $T_i = T_0$ ($i=1, 2, 3$) формула (18) приобретает вид:

$$P_{3,3}(0) = \prod_{i=1}^3 \left(\frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T_i'}} - \frac{1}{\lambda_i T_i'} \right) = \left(\frac{1}{1 - e^{-\lambda_0 T_0}} - \frac{1}{\lambda_0 T_0'} \right)^3.$$

При средней наработке на отказ $\frac{1}{T_0} = \lambda_0$ обозначим $\beta = \frac{T_0}{T_0'}$. Тогда:

$$P_{3,3}(0) = \left(\frac{1}{1 - e^{-\beta}} - \frac{1}{\beta} \right)^3.$$

Пусть, в частности, $\beta=0,7$, то есть каждая система отработала 70% среднего времени на отказ. Тогда: $P_{3,3}(0)=0,185$, то есть, вероятность одновременного отказа 3-х систем в указанных выше условиях эксплуатации составит 18,5%.

Построим зависимость $P_{k,k}$ от β . Она показана на рис. 4. Из графиков видно, что с увеличением β (отношения фактического времени эксплуатации к среднему времени наработки на отказ) вероятность совпадения k отказов возрастает, что, впрочем, достаточно очевидно.

В общем случае для k совпадений имеем при прежних условиях:

$$P_{k,k}(0) = \left(\frac{1}{1 - e^{-\beta}} - \frac{1}{\beta} \right)^k.$$

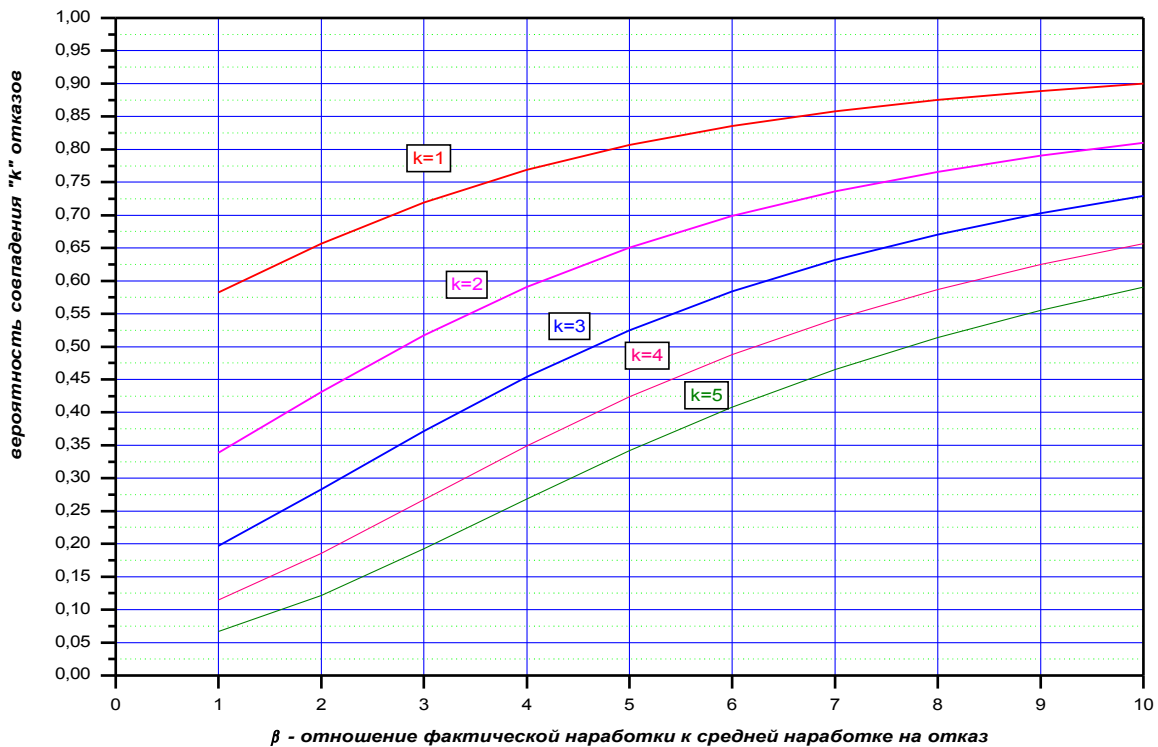


Рис.4

Рис. 4.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 06-08-01518

Литература

1. *Седякин Н. М.* Элементы теории случайных импульсных потоков. —М.:«Советское радио». 1965.